第三章 一元一次方程

3.4 实际问题与一元一次方程

第1课时　产品配套问题和工程问题

学习目标

1. 理解配套问题、工程问题的背景.
2. 分清有关数量关系，能正确找出作为列方程依据的主要等量关系. (难点)
3. 掌握用一元一次方程解决实际问题的基本过程. (重点)

情景引入

前面我们学习了一元一次方程的解法，本节课，我们将讨论一元一次方程的应用．生活中，有很多需要进行配套的问题，如课桌和凳子、螺钉和螺母、电扇叶片和电机等，大家能举出生活中配套问题的例子吗？



产品配套问题

典例精析

例1 某车间有22名工人，每人每天可以生产1 200个螺钉或2 000个螺母. 1个螺钉需要配 2个螺母，为使每天生产的螺钉和螺母刚好配套，应安排生产螺钉和螺母的工人各多少名？

想一想： 本题需要我们解决的问题是什么？

题目中哪些信息能解决人员安排的问题？

螺母和螺钉的数量关系如何？

如果设x名工人生产螺母，怎样列方程？

列表分析：

产品类型	生产人数	单人产量	总产量
螺钉	x ×	1200 ＝	$1200x$
螺母	$22-x$ ×	2000 ＝	$2000(22-x)$

人数和为22人

螺母总产量是螺钉的2倍

等量关系：螺母总量=螺钉总量×2

解：设应安排 x 名工人生产螺钉，$(22-x)$名工人生产螺母.

依题意，得

还有别的方法吗？

$$2000(22-x)=2\times1200x\ .$$

解方程，得 $x=10.$

所以 $22-x=12.$

答：应安排10名工人生产螺钉，12名工人生产螺母.

列表分析：

产品类型	生产人数	单人产量	总产量	产品套数
螺钉	x	1200	$1200x$	$1200x$
螺母	$22-x$	2000	$2000(22-x)$	$\frac{2000(22-x)}{2}$

解：设应安排 x 名工人生产螺钉，$(22-x)$名工人生产螺母.依题意，得 $\frac{2000(22-x)}{2}=1200x.$

解方程，得 $x=10$.所以$22-x=12$.

方法归纳

生产调配问题通常从调配后各量之间的倍、分关系寻找相等关系，建立方程. 解决配套问题的思路：

1.利用配套问题中物品之间具有的数量关系作为列方程的依据；

2.利用配套问题中的套数不变作为列方程的依据.

变式训练

如图，足球是由32块黑白相间的牛皮缝制而成的，黑皮可看作正五边形，白皮可看作正六边形，求白皮，黑皮各多少块？

分析：由图可得，一块白皮（六边形）中，有三边与黑皮（五边形）相连，因此白皮边数是黑皮边数的2倍.

	数量	边数
黑皮	x	$5x$
白皮	$32-x$	$6(32-x)$

等量关系：

白皮边数

=黑皮边数×2

解：设足球上黑皮有x块，则白皮为$(32-x)$块，

五边形的边数共有$5x$条，六边形边数有$6(32-x)$条.

依题意,得　$2\times 5x=6（32-x）$，

解得$x=12$，则$32-x=20$.

答：白皮20块，黑皮12块.

做一做

一套仪器由一个 A 部件和三个 B 部件构成. 用 1 立方米钢材可做 40 个 A 部件或 240 个 B 部件. 现要用 6 立方米钢材制作这种仪器，应用多少钢材做 A 部件，多少钢材做B部件，才能恰好配成这种仪器？共配成多少套?

分析：由题意知 B 部件的数量是 A 部件数量的 3 倍，可根据这一等量关系式得到方程.

解：设应用 x 立方米钢材做 A 部件，则应用$(6-x)$立方米做 B 部件.

根据题意，列方程：

$$3\times 40x=(6-x)\times 240.$$

解得 $$x=4.$$

则 $$6-x=2.$$

共配成仪器：$4\times 40=160$ (套).

答：应用 4 立方米钢材做 A 部件，2 立方米钢材做 B 部件，共配成仪器 160 套.

工程问题

例2 整理一批图书，由一个人做要 40 h 完成．现计划由一部分人先做 4 h，然后增加 2人与他们一起做 8 h，完成这项工作．假设这些人的工作效率相同，具体应先安排多少人工作？

如果设先安排 x人做4 h，你能列出方程吗？

	人均效率	人数	时间	工作量
前一部分工作	$\frac{1}{40}$ ×	×	=	$\frac{4x}{40}$
后一部分工作	$\frac{1}{40}$ ×	×	=	$\frac{8(x+2)}{40}$

工作量之和等于总工作量1

解：设先安排 x 人做4 h，根据题意得等量关系：

前部分工作总量+后部分工作总量=总工作量1

可列方程 $\frac{4x}{40}+\frac{8(x+2)}{40}=1.$

解方程，得

$$4x+8(x+2)=40,$$
$$4x+8x+16=40,$$
$$12x=24,$$
$$x=2.$$

答：应先安排 2人做4 小时.

变式训练

加工某种工件，甲单独作要20天完成，乙只要10就能完成任务，现在要求二人在12天内完成任务. 问乙需工作几天后甲再继续加工才可正好按期完成任务？

	效率	时间	工作量
甲	$\frac{1}{20}$	12-x	$\frac{1}{20}(12-x)$
乙	$\frac{1}{10}$	x	$\frac{1}{10}x$

解：设乙需工作x天后甲再继续加工才可正好按期完成任务，则甲做了（12-x）天.

依题意，得

$$\frac{1}{20}(12-x)+\frac{1}{10}x=1.$$

解得　　　$x=8$.

答：乙需工作8天后甲再继续加工才可正好按期完成任务.

想一想：若要求二人在8天内完成任务，乙先加工几天后，甲加入合作加工，恰好能如期完成任务？

	效率	时间	工作量
甲	$\frac{1}{20}$	x	$\frac{1}{20}x$
乙	$\frac{1}{10}$	8	$\frac{8}{10}$

解：设甲加工x天，两人如期完成任务，则在甲加入之前，乙先工作了$(8-x)$天.

依题意，得

$$\frac{1}{20}x+\frac{8}{10}=1.$$

解得$x=4$,则$8-x=4$.

答：乙需加工4天后,甲加入合作加工才可正好按期完成任务.

要点归纳

解决工程问题的基本思路：

1. 三个基本量：工作量、工作效率、工作时间.

它们之间的关系是：工作量=工作效率×工作时间.

2. 相等关系：工作总量=各部分工作量之和.

(1) 按工作时间，工作总量=各时间段的工作量之和；

(2) 按工作者，工作总量=各工作者的工作量之和.

3. 通常在没有具体数值的情况下，把工作总量看作1.

做一做

一条地下管线由甲工程队单独铺设需要12天，由乙工程队单独铺设需要24天. 如果由这两个工程队从两端同时施工，要多少天可以铺好这条管线？

分析：把工作量看作单位“1”，则甲的工作效率为 $\frac{1}{12}$，乙的工作效率为 $\frac{1}{24}$，根据工作效率×工作时间=工作量，列方程.

解：设要 x 天可以铺好这条管线，由题意得：

$$\frac{1}{12}x+\frac{1}{24}x=1.$$

解方程，得　　$x=8.$

答：要8天可以铺好这条管线.

1. 某人一天能加工甲种零件 50个或加工乙种零件20个，1 个甲种零件与 2 个乙种零件配成一套，30天制 作最多的成套产品，若设 x 天制作甲种零件，则可列方程为 $\underline{2\times 50x=20(30-x)}$.

2. 一项工作，甲独做需18天，乙独做需24天，如果两人合做8天后，余下的工作再由甲独做x天完成，那么所列方程为 $\underline{\frac{8}{18}+\frac{8}{24}+\frac{x}{18}=1}$.

3. 某家具厂生产一种方桌，1立方米的木材可做50个桌面或300条桌腿，现有10立方米的木材，怎样分配生产桌面和桌腿使用的木材，才能使桌面、桌腿刚好配套，共可生产多少张方桌？(一张方桌有1个桌面，4条桌腿)

解：设用 x 立方米的木材做桌面，则用 $(10-x)$ 立方米的木材做桌腿.

根据题意，得 $4\times50x=300(10-x)$，

解得　$x=6$，所以 $10-x=4$，

可做方桌为$50\times6=300$(张).

答：用6立方米的木材做桌面，4立方米的木材做桌腿，可做300张方桌.

4. 一件工作，甲单独做20小时完成，乙单独做12小时完成，现在先由甲单独做4小时，剩下的部分由甲、乙合做．剩下的部分需要几小时完成？

解：设剩下的部分需要x小时完成，根据题意得：

$$\frac{1}{20}(4+x)+\frac{x}{12}=1.$$

解得$x=6.$

答：剩下的部分需要6小时完成.

5. 一个道路工程，甲队单独施工9天完成，乙队单独做24天完成．现在甲乙两队共同施工3天，因甲另有任务，剩下的工程由乙队完成，问乙队还需几天才能完成？

解：设乙队还需x天才能完成，由题意得：

$$\frac{1}{9}\times 3+\frac{1}{24}(3+x)=1.$$

解得　$x=13.$

答：乙队还需13天才能完成．

课堂小结

用一元一次方程解决实际问题的基本过程如下：