



9.1.2 不等式的性质



温故以知新

等式的基本性质

等式的基本性质1: 在等式两边都加上或减去同一个数或整式, 结果仍相等.

等式的基本性质2: 在等式两边都乘以或除以同一个数(除数不为0), 结果仍相等.



 知识探索

用“>”或“<”填空，并总结其中的规律：

(1) $5 > 3$, $5+2$ > $3+2$, $5-2$ > $3-2$;

(2) $-1 < 3$, $-1+2$ < $3+2$, $-1-3$ < $3-3$;

根据发现的规律填空：当不等式两边加或减同一个数（正数或负数）时，不等号的方向不变。

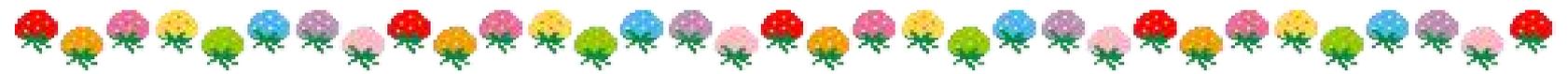


(3) $6 > 2$, 6×5 > 2×5 , $6 \times (-5)$ < $2 \times (-5)$;

(4) $-2 < 3$, $(-2) \times 6$ < 3×6 , $(-2) \times (-6)$ > $3 \times (-6)$)

当不等式两边乘同一个正数时, 不等号的方向不变;

而乘同一个负数时, 不等号的方向改变;

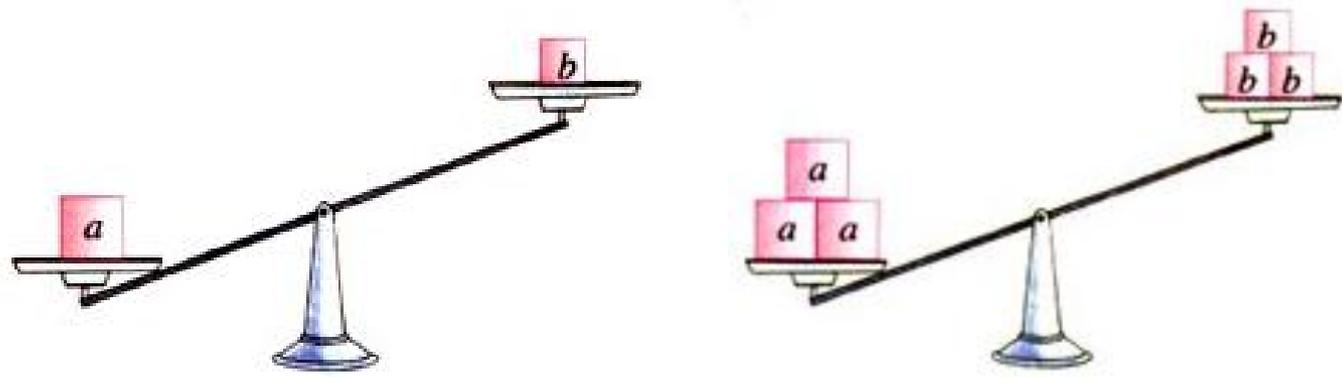




不等式的性质1 不等式两边加（或减）同一个数（或式子），不等号的方向**不变**.

字母表示为：

如果 $a > b$ ，那么 $a \pm c$ > $b \pm c$



不等式的性质2 不等式两边乘（或除以）同一个正数，不等号的方向**不变**.

字母表示为：

如果 $a > b$, $c > 0$, 那么 $ac > bc$ (或 $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$).



不等式的性质3 不等式两边乘（或除以）同一个负数，不等号的方向改变.

字母表示为：

如果 $a > b$ ， $c < 0$ ，那么 ac < bc (或 $\frac{a}{c}$ < $\frac{b}{c}$).





熟能生巧

1. 设 $a > b$, 用“ $<$ ”“ $>$ ”填空并回答是根据不等式的哪一条基本性质.

(1) $a - 3 > b - 3$; 不等式的性质1

(2) $a \div 3 > b \div 3$ 不等式的性质2

(3) $0.1a > 0.1b$; 不等式的性质2

(4) $-4a < -4b$ 不等式的性质3

(5) $2a+3 > 2b+3$; 不等式的性质1, 2

(6) $(m^2+1)a > (m^2+1)b$ (m 为常数) 不等式的性质2



2. 已知 $a < 0$ ，用“ $<$ ”“ $>$ ”填空：

(1) $a+2 < 2$; (2) $a-1 < -1$;

(3) $3a < 0$; (4) $-\frac{a}{4} > 0$;

(5) $a^2 > 0$; (6) $a^3 < 0$;

(7) $a-1 < 0$; (8) $|a| > 0$.





典例呈现

【例】利用不等式的性质解下列不等式：

(1) $x - 7 > 26$;

(2) $3x < 2x + 1$;

(3) $\frac{2}{3}x > 50$;

(4) $-4x > 3$.



分析：解未知数为 x 的不等式，就是要使不等式逐步化为 $x > a$ 或 $x < a$ 的形式.

【解析】(1)为了使不等式 $x - 7 > 26$ 中不等号的一边变为 x ，根据不等式的性质1，不等式两边都加7，不等号的方向不变，得 $x - 7 + 7 > 26 + 7$

$$x > 33$$

这个不等式的解集在数轴上的表示如图所示：

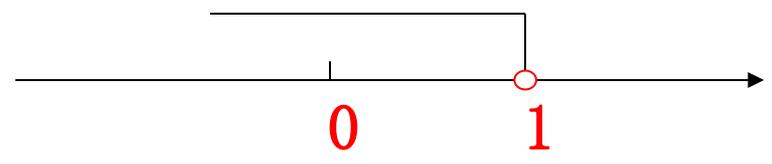




(2) 为了使不等式 $3x < 2x + 1$ 中不等号的一边变为 x ，根据不等式性质1，不等式两边都减去 $2x$ ，不等号的方向不变，得 $3x - 2x < 2x + 1 - 2x$

$$x < 1$$

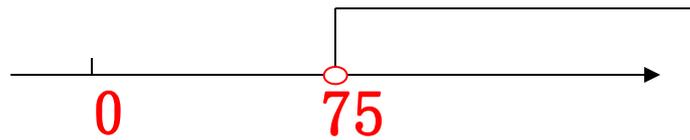
这个不等式的解集在数轴上的表示如图所示：





(3) 为了使不等式 $\frac{2}{3}x > 50$ 中不等号的一边变为 x ，根据不等式的性质2，不等式的两边都除以 $\frac{2}{3}$ 不等号的方向不变，得 $x > 75$

这个不等式的解集在数轴上的表示如图所示：

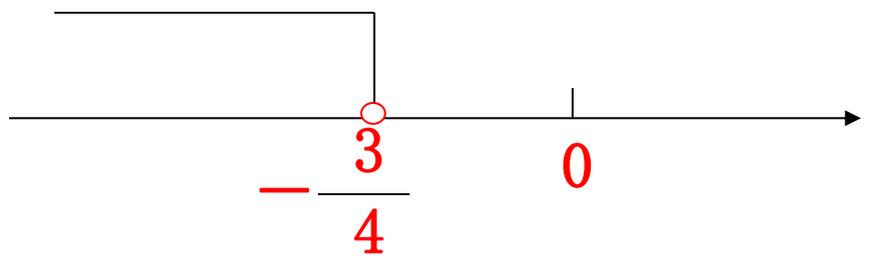




(4) 为了使不等式 $-4x > 3$ 中的不等号的一边变为 x ，根据不等式的性质3，不等式两边都除以-4，不等号的方向改变，得

$$x < -\frac{3}{4}$$

这个不等式的解集在数轴上的表示如图所示：





要点呈现

类似于 $a \leq b$, $a \geq b$ 这样的式子, 也经常用来表示两个数量大小关系.

符号“ \leq ”读作“小于或等于”也可说是“不大于”, 符号“ \geq ”读作“大于或等于”也可以说是“不小于”.



熟能生巧

利用不等式的性质解下列不等式.

(1) $x-5 > -1$

(2) $-2x > 3$

(3) $7x < 6x-6$





【解析】 (1) $x-5 > -1$;

根据不等式的性质 1,

两边都 加上5, 得

$$x > -1+5$$

即 $x > 4$





$$(2) -2x > 3;$$

根据不等式的性质 3，两边都 除以-2，

得 $x < -\frac{3}{2}$





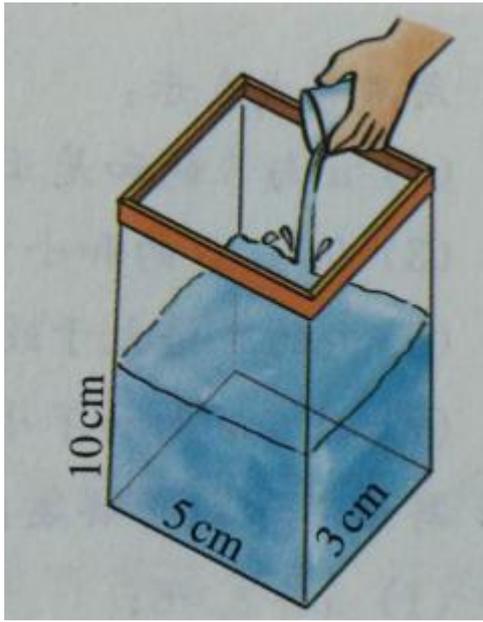
(3) $7x < 6x - 6$;

根据不等式的性质 1，两边都 减去 $6x$ ，得

$$7x - 6x < -6$$

即 $x < -6$

某长方体形状的容器长5cm，宽3cm，高10cm. 容器内原有水的高度是3cm，现准备向它继续注水，用V（单位： cm^3 ）表示新注入水的体积，写出V的取值范围.





解：新注入水的体积V与原有水的体积的和不能超过容器的容积，即

$$V + 3 \times 5 \times 3 \leq 3 \times 5 \times 10,$$

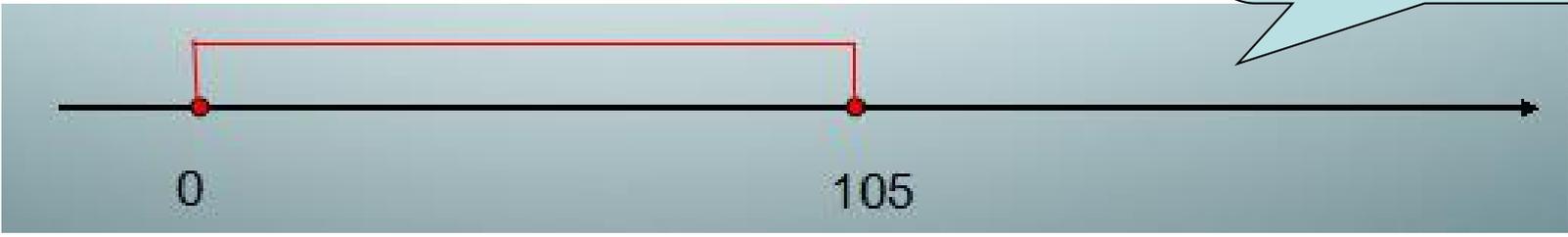
$$V \leq 105.$$

又由于新注入水的体积V不能是负数，因此，V的取值范围是

$$V \geq 0 \text{ 并且 } V \leq 105.$$

在数轴上表示V的取值范围如图所示.

表示0和105的点画实心圆点，表示取值范围包括这两个数





↓ 拓展提高

1. 判断正误:

- (1) 如果 $a > b$, 那么 $ac > bc$. ×
- (2) 如果 $a > b$, 那么 $ac^2 > bc^2$. ×
- (3) 如果 $ac^2 > bc^2$, 那么 $a > b$. ✓



2. 已知不等式 $2a + 3b > 3a + 2b$, 试比较 a 、 b 的大小.

解: 根据不等式的性质1, 不等式两边都减去

$(2a + 2b)$, 得

$$2a + 3b - (2a + 2b) > 3a + 2b - (2a + 2b).$$

$$2a + 3b - 2a - 2b > 3a + 2b - 2a - 2b.$$

所以 $b > a$.





随堂练习

1. 填空:

(1) 因为 $2a < 3a$, 所以a是 正 数.

(2) 因为 $\frac{a}{2} > \frac{a}{3}$, 所以a是 正 数.

(3) 因为 $ax < a$ 且 $x > 1$, 所以a是 负 数.





2. (无锡·中考) 若 $a > b$, 则 ()

(A) $a > -b$

(B) $a < -b$

(C) $-2a > -2b$

(D) $-2a < -2b$

【解析】 选D. 不等式的两边都乘以-2, 不等号的方向改变.





4. (泰州·中考) 不等式 $2x+1 > -5$ 的解集是_____.

【解析】 $2x > -6, x > -3.$

答案: $x > -3$





3. (上海·中考) 如果 $a > b$, $c < 0$, 那么下列不等式成立的是 ()

(A) $a + c > b + c$

(B) $c - a > c - b$

(C) $ac > bc$

(D) $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

【解析】 选A. 由不等式的性质1可知, $a + c > b + c$ 正确.





课堂小结

通过本课时的学习，需要我们掌握：

不等式的性质1 不等式两边加（或减）同一个数（或式子），不等号的方向不变.

不等式的性质2 不等式两边乘（或除以）同一个正数，不等号的方向不变.

不等式的性质3 不等式两边乘（或除以）同一个负数，不等号的方向改变.



知识讲解

解不等式的注意事项

1. 在运用性质3时,要特别注意:不等式两边都乘以或除以同一个负数时,要**改变**不等号的方向.
2. 要注意区分“大于” “不大于” “小于” “不小于”等数学语言的使用,并把这些表示不等关系的语言用数学符号准确地表达出来.
3. 在数轴上表示解集应注意的问题:
方向、空心或实心.

