

14.3.2 因式分解

---公式法 (2)



思考

你能将多项式 $a^2+2ab+b^2$ 与 $a^2-2ab+b^2$ 分解因式吗？这两个多项式有什么特点？

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2,$$

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2.$$



$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$

$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$

两个数的平方和加上（或减去）这两个数的积的2倍，等于这两个数的和（或差）的平方。



举例

例 5 分解因式:

$$(1) 16x^2+24x+9; \quad (2) -x^2+4xy-4y^2.$$

分析: 在(1)中, $16x^2=(4x)^2, 9=3^2, 24x=2 \cdot 4x \cdot 3$,

所以 $16x^2+24x+9$ 是一个完全平方式, 即

$$\begin{array}{ccccccc} 16x^2+24x+9 & = & (4x)^2 & + & 2 \cdot 4x \cdot 3 & + & 3^2 \\ & & \downarrow & & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ & & a^2 & + & 2 \cdot a \cdot b & + & b^2 \end{array}$$

$$\text{解: (1) } 16x^2+24x+9=(4x)^2+2 \cdot 4x \cdot 3+3^2=(4x+3)^2.$$



举例

例 5 分解因式:

(1) $16x^2+24x+9$; (2) $-x^2+4xy-4y^2$.

解: (2) $-x^2+4xy-4y^2$
 $= -(x^2-4xy+4y^2)$
 $= -[x^2-2\cdot x\cdot 2y+(2y)^2]$
 $= -(x-2y)^2$



举例

例6 分解因式:

$$(1) 3ax^2+6axy+3ay^2;$$

$$(2) (a+b)^2-12(a+b)+36.$$

将 $a+b$ 看作一个整体，设 $a+b=m$ ，则原式化为完全平方式 $m^2-12m+36$.

分析: 在(1)中有公因式 $3a$ ，应先提出公因式，再进一步分解.

解:

$$\begin{aligned} (1) & 3ax^2+6axy+3ay^2 \\ &= 3a(x^2+2xy+y^2) \\ &= 3a(x+y)^2 \end{aligned} \quad \begin{aligned} (2) & (a+b)^2-12(a+b)+36 \\ &= (a+b)^2-2 \cdot (a+b) \cdot 6+6^2 \\ &= (a+b-6)^2. \end{aligned}$$



练习

1. 下列多项式是不是完全平方式？为什么？

(1) a^2-4a+4 ; (2) $1+4a^2$;

(3) $4b^2+4b-1$; (4) a^2+ab+b^2 .

2. 分解因式:

(1) $x^2+12x+36$;

(2) $-2xy-x^2-y^2$;

(3) a^2+2a+1 ;

(4) $4x^2-4x+1$;

(5) $ax^2+2a^2x+a^3$;

(6) $-3x^2+6xy-3y^2$.



拓展

已知 $\triangle ABC$ 的三边分别为 a, b, c , 且 a, b, c 满足等式 $3(a^2 + b^2 + c^2) = (a + b + c)^2$, 请你说明 $\triangle ABC$ 是等边三角形.