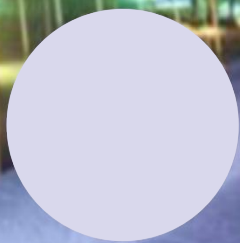


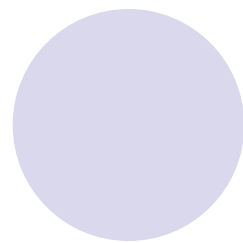
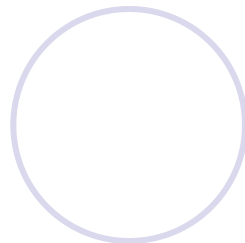
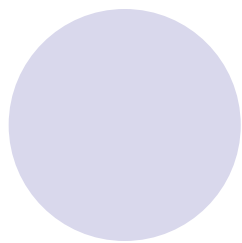
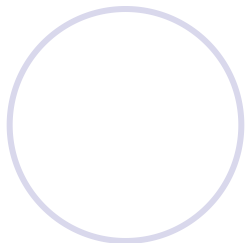
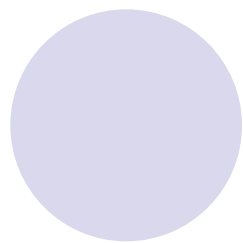
§ 21.1 一元二次方程(1)





学习目标

- 1.理解一元二次方程的概念，
根据一元二次方程的一般
式，确定各项系数
- 2.灵活应用一元二次方程概念
解决有关问题



问题情景 (1)



问题 (1) 要设计一座高**2m**的人体雕像,使它的上部(腰以上)与下部(腰以下)的高度比,等于下部与全部的高度比,求雕像的下部应设计为高多少米?

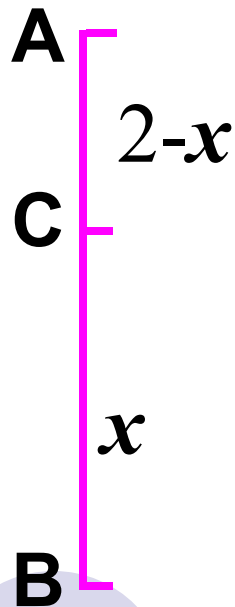
分析: 雕像上部的高度**AC**,下部的高度**BC**应有如下关系:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{BC}{2} \quad \text{即} \quad BC^2 = 2AC$$

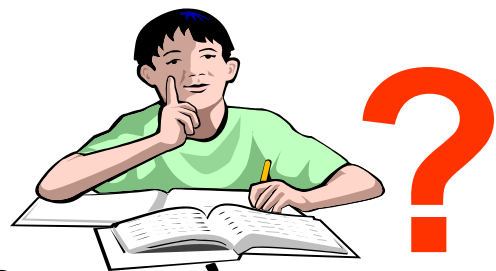
设雕像下部高 **x m**,于是得方程

$$x^2 = 2(2 - x)$$

整理得 $x^2 + 2x - 4 = 0$



问题情景 (2)



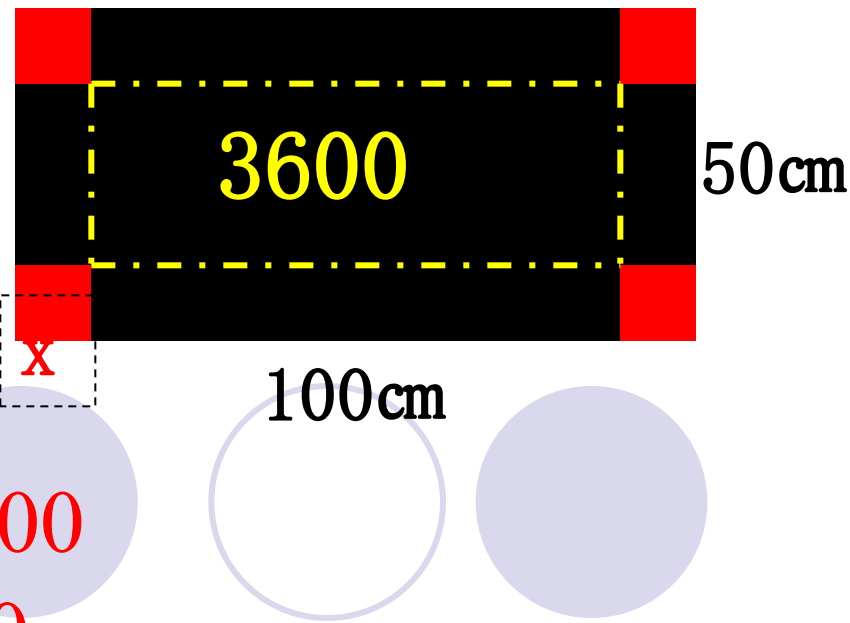
问题(2) 有一块矩形铁皮,长100cm,宽50cm,在它的四角各切去一个正方形,然后将四周突出部分折起,就能制作一个无盖方盒,如果要制作的方盒的底面积为3600平方厘米,那么铁皮各角应切去多大的正方形?

分析:

设切去的正方形的边长为 x cm,则盒底的长为 $(100-2x)$ cm, 宽为 $(50-2x)$ cm .

根据方盒的底面积为 3600cm^2 , 得 $(100-2x)(50-2x) = 3600$

即 $x^2 - 75x + 350 = 0$



问题情景 (3)

问题(3) 要组织一次排球邀请赛, 参赛的每两队之间都要比赛一场, 根据场地和时间等条件, 赛程计划安排7天, 每天安排4场比赛, 比赛组织者应邀请多少个队参加比赛?

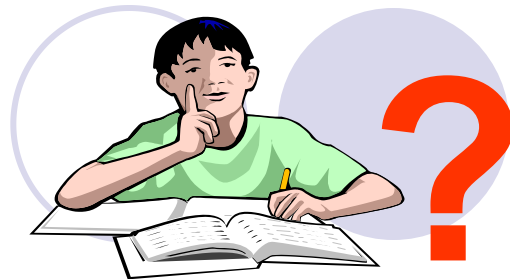
分析: 全部比赛共 $4 \times 7 = 28$ 场

设应邀请 x 个队参赛, 每个队要与其他 $(x-1)$ 个队各赛1场, 由于甲队对乙队的比赛和乙队对甲队的比赛

是同一场比赛, 所以全部比赛共 $\frac{1}{2}x(x-1) = 28$ 场.

即

$$x^2 - x = 56$$





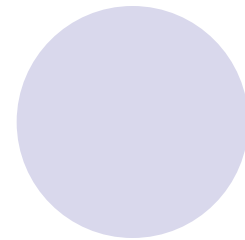
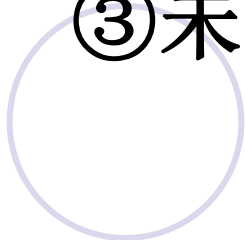
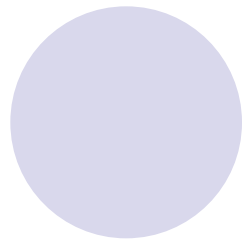
$$x^2 + 2x - 4 = 0$$

$$x^2 - 75x + 350 = 0$$

$$x^2 - x = 56$$

这三个方程都不是一元一次方程.那么这两个方程与一元一次方程的区别在哪里? 它们有什么共同特点呢?

- 特点:**
- ①都是整式方程;
 - ②只含一个未知数;
 - ③未知数的最高次数是2.

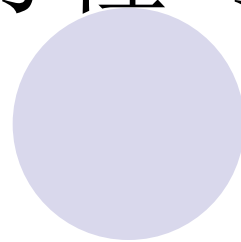
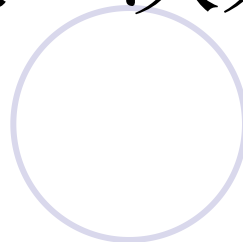
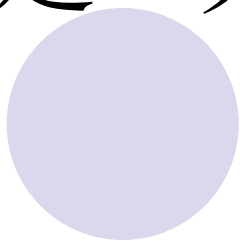
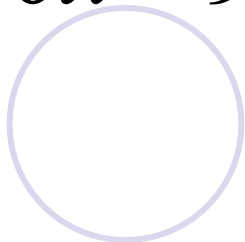
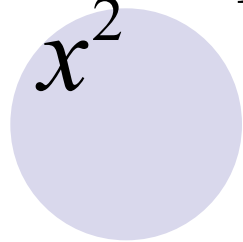


探究新知：

一元二次方程的概念

● 像这样的等号两边都是整式，只含有一个未知数（一元），并且未知数的最高次数是2（二次）的方程叫做**一元二次方程**

$\frac{1}{x^2} - 10x - 900 = 0$ 是一元二次方程吗？





一元二次方程的一般形式

一般地,任何一个关于 x 的一元二次方程都可以化为 $ax^2 + bx + c = 0$ 的形式,我们把 $ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 为常数, $a \neq 0$) 称为**一元二次方程的一般形式**。

想一想

为什么要限制 $a \neq 0$, b, c 可以为零吗?

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

二次项系数

一次项系数

常数项



例题讲解

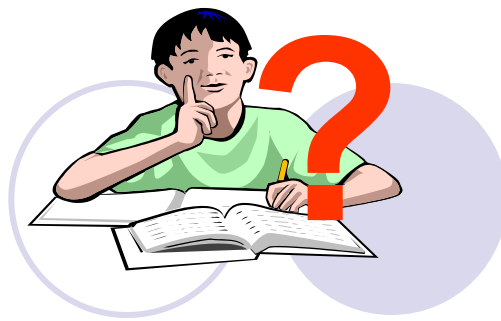
● [例1]判断下列方程是否为一元二次方程？

● (1) $3x + 2 = 5y - 3$

● (2) $x^2 = 4$

● (3) $\frac{x-2}{x+1} - 1 = x^2$

● (4) $x^2 - 4 = (x + 2)^2$



尝试练习1

下列方程哪些是一元二次方程？

1. $5x-2=x+1$

2. $7x^2+6=2x(3x+1)$

3. $\frac{1}{2}x^2=7$

4. $6x^2=x$

5. $2x^2=5y$

6. $-x^2=0$



一元一次方程与一元二次方程有什么区别与联系？

	一元一次方程	一元二次方程
一般式	$ax=b$ ($a \neq 0$)	$ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$)
相同点	整式方程，只含有一个未知数	
不同点	未知数最高次数是 1	未知数最高次数是 2

例题讲解

- [例2] 将下列方程化为一般形式，并分别指出它们的二次项、一次项和常数项及它们的系数：

$$3x(x-1) = 5(x+2)$$

解 $3x^2 - 8x - 10 = 0$

- 二次项系数是3、一次项系数是-8和常数项是-10

二次项、二次项系数、一次项、一次项系数、常数项都是包括符号的

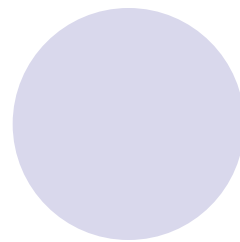
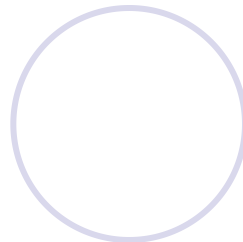
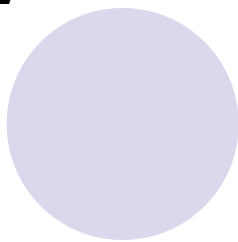
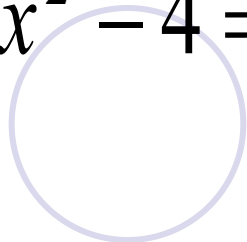
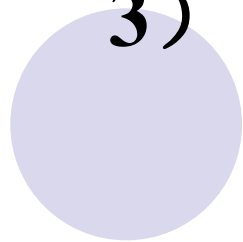


练习：将下列方程化为一般形式，并分别指出它们的二次项系数、一次项系数和常数项：

1) $(x + 3)(3x - 4) = (x + 2)^2$

2) $(x-2)(x+3)=8$

3) $x^2 - 4 = (x + 2)^2$

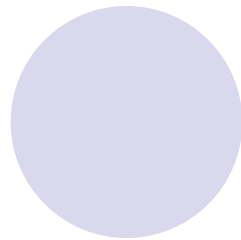
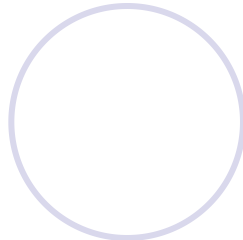
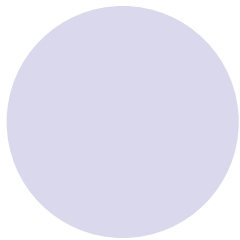
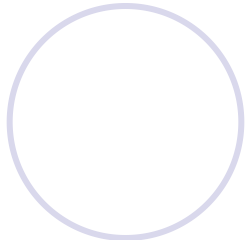
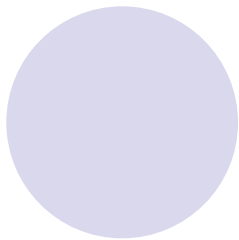




例题讲解

- [例 3] 方程 $(2a-4)x^2 - 2bx + a = 0$, 在什么条件下此方程为一元二次方程? 在什么条件下此方程为一元一次方程?

解: 当 $a \neq 2$ 时是一元二次方程; 当 $a = 2$, $b \neq 0$ 时是一元一次方程;



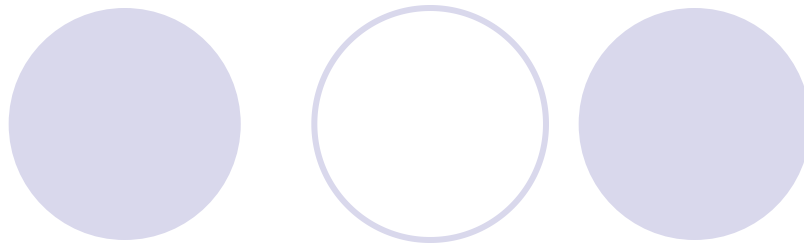
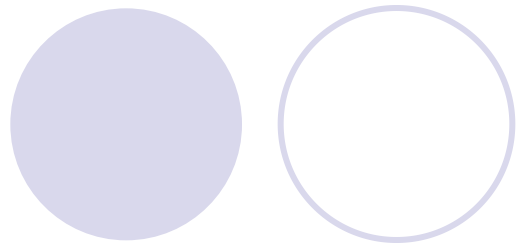
1. 下列方程中, 无论 a 为何值, 总是关于 x 的一元二次方程的是(**D**)

A. $(2x-1)(x^2+3)=2x^2-a$

B. $ax^2+2x+4=0$

C. $ax^2+x=x^2-1$

D. $(a^2+1)x^2=0$

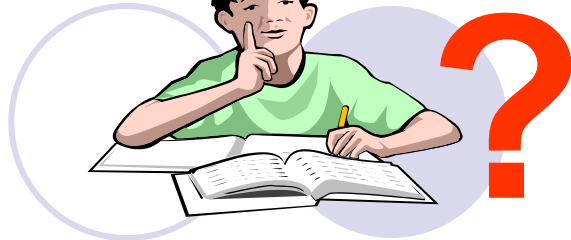
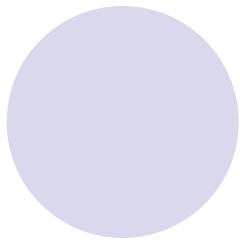
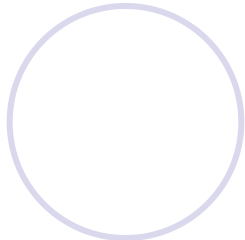
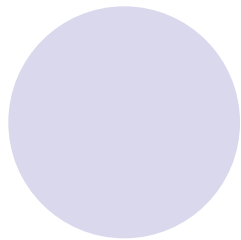


- **2.** 将下列方程化为一般形式，并分别指出它们的二次项、一次项和常数项及它们的系数：

$$(1) 6y^2 = y$$

$$(2) -(x-2)(x+3)=8$$

$$(3) (2\sqrt{3}+x)(2\sqrt{3}-x)=(x-3)^2$$



$m = \frac{1}{2}$

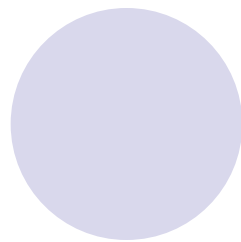
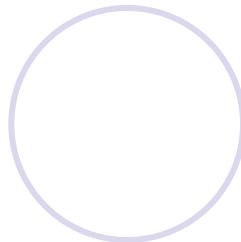
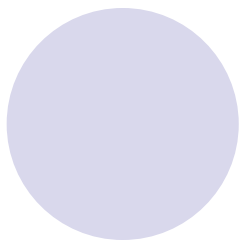
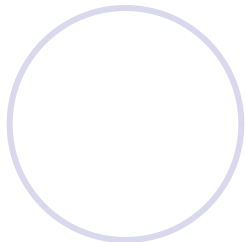
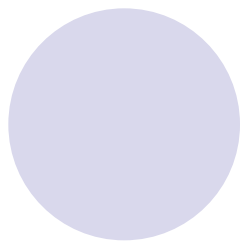
【尝试探究】

当 m 为何值时,方程

$$(m + 1)x^{|4m| - 2} + 27mx + 5 = 0$$

(1) 是关于 x 的一元二次方程.

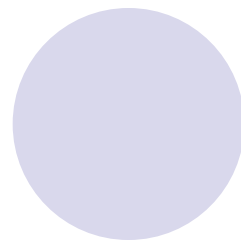
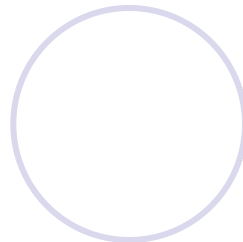
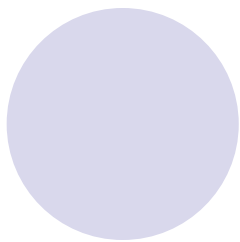
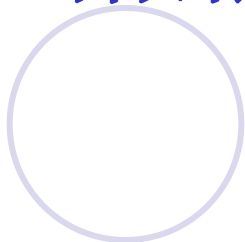
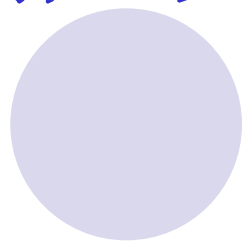
(2) 是关于 x 的一元一次方程.



3. 猜测下列方程的根是什么？

$$x^2 - x - 56 = 0$$

方程的根：使一元二次方程等号两边相等的未知数的取值叫作一元二次方程的解（又叫做根）。



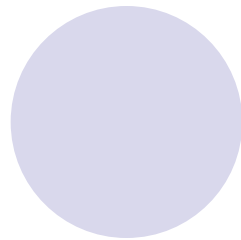
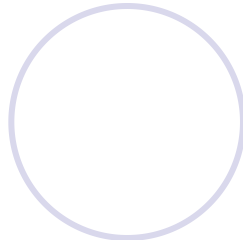
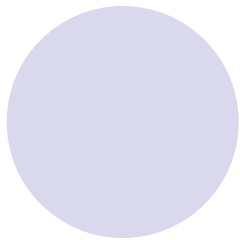
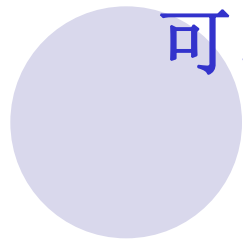
活动2

4. (1) 下列哪些数是方程 $x^2 - x - 6 = 0$ 的根？从中你能体会根的作用吗？

-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4

(2) 若 $x=2$ 是方程 $ax^2 + 4x - 5 = 0$ 的一个根，你能求出 a 的值吗？

根的作用：
可以使等号成立.



小结与思考

1. 一元二次方程的概念

只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是2的整式方程叫做一元二次方程。

2. 一元二次方程的一般形式

一般地,任何一个关于 x 的一元二次方程都可以化为 $ax^2 + bx + c = 0$ 的形式,我们把 $ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 为常数, $a \neq 0$) 称为一元二次方程的一般形式。

3. 在实际问题转化为数学模型（一元二次方程）的过程中，体会学习一元二次方程的必要性和重要性。

作业：教材34页第1、2题

下课了!



谢谢

