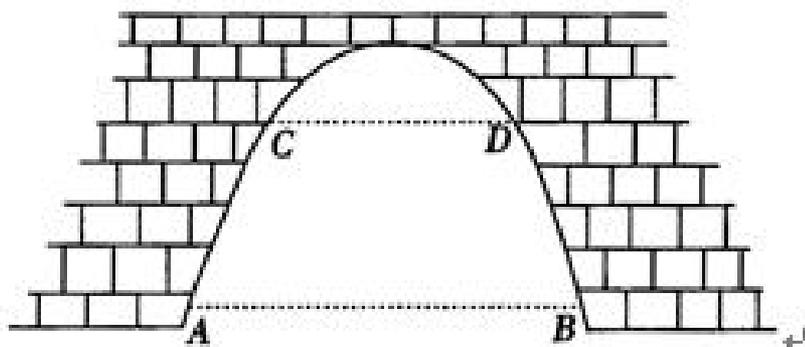


二次函数与实际问题 (2)

二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象和性质

抛物线	$y=ax^2+bx+c$ ($a>0$)	$y=ax^2+bx+c$ ($a<0$)
顶点坐标	$(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$	$(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$
对称轴	直线 $x = -\frac{b}{2a}$	直线 $x = -\frac{b}{2a}$
开口方向	向上	向下
增减性	在对称轴的左侧, y 随着 x 的增大而减小. 在对称轴的右侧, y 随着 x 的增大而增大.	在对称轴的左侧, y 随着 x 的增大而增大. 在对称轴的右侧, y 随着 x 的增大而减小.
最值	当 $x = -\frac{b}{2a}$ 时, 最小值为 $\frac{4ac-b^2}{4a}$	当 $x = -\frac{b}{2a}$ 时, 最大值为 $\frac{4ac-b^2}{4a}$

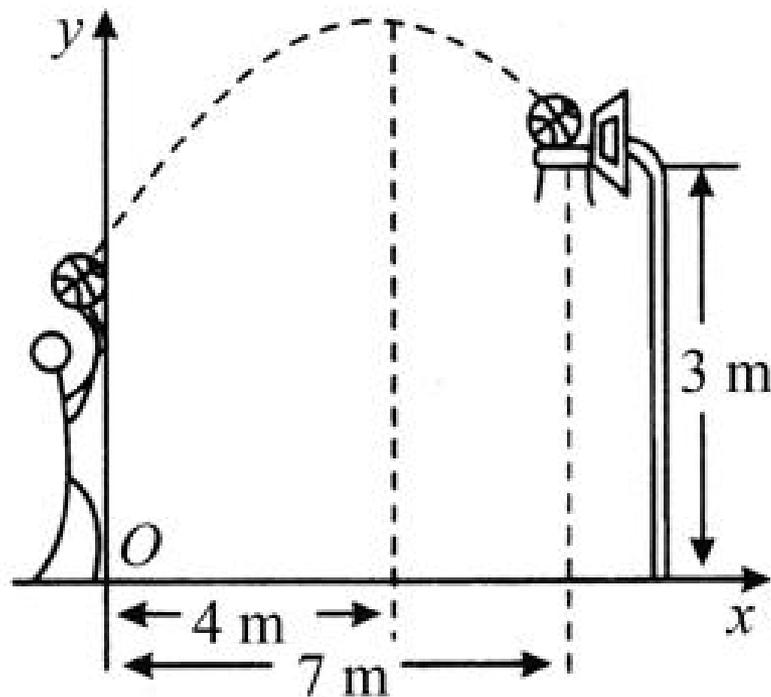
例 1 如图，有一座抛物线型拱桥，已知桥下在正常水位 AB 时，水面宽 8m ，水位上升 3m ，就达到警戒水位 CD ，这时水面宽 4m ，若洪水到来时，水位以每小时 0.2m 的速度上升，求水过警戒水位后几小时淹到桥拱顶。



练习 1 某学校九年级的一场篮球比赛中，如图队员甲正在投篮，已知球出手时离地面高 $\frac{20}{9} m$ ，与篮圈中心的水平距离为 $7 m$ ，当球出手后水平距离为 $4 m$ 时到达最大高度 $4 m$ ，设篮球运行轨迹为抛物线，篮圈距地面 $3 m$ 。

(1) 建立如图所示的平面直角坐标系，问此球能否准确投中？

(2) 此时，若对方队员乙在甲前 $1 m$ 处跳起盖帽拦截，已知乙的最大摸高为 $3.1 m$ ，那么他能否获得成功？



练习2:

如图，隧道的截面由抛物线和长方形构成，长方形的长是8m，宽是2m，抛物线可以用 $y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$

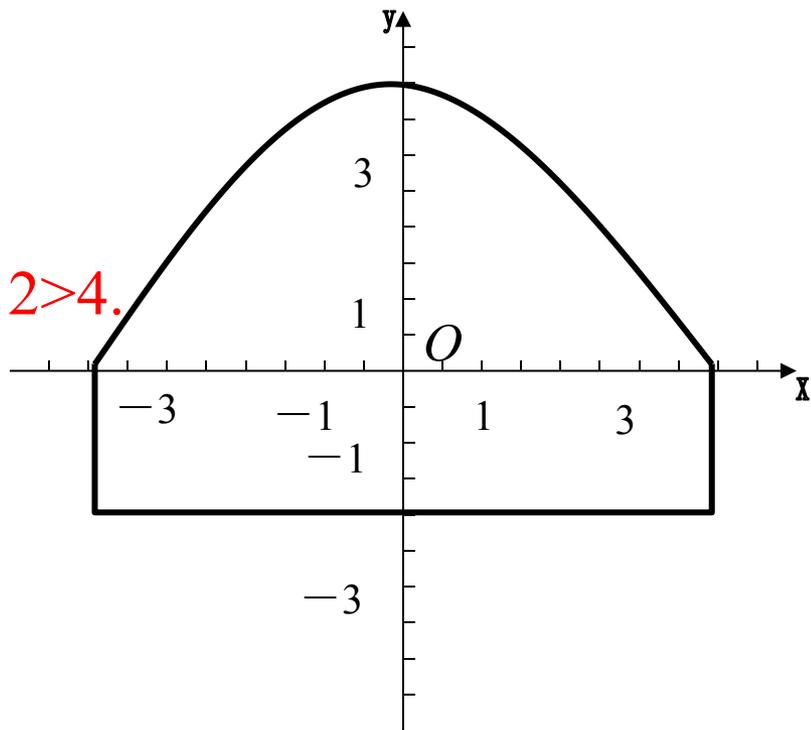
表示. (1) 一辆货运卡车高4m，宽2m，它能通过该隧道吗？ (2) 如果该隧道内设双行道，那么这辆货运卡车是否可以顺利通过？

(1) 卡车可以通过.

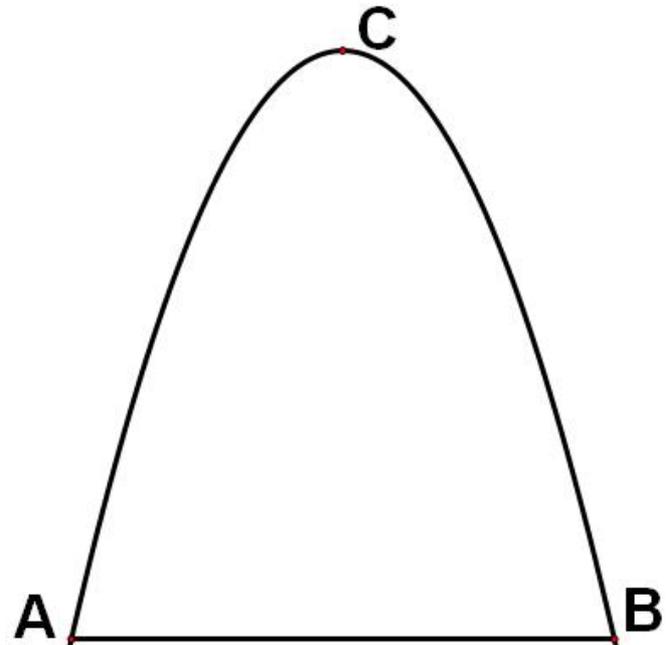
提示：当 $x = \pm 1$ 时， $y = 3.75$ ， $3.75 + 2 > 4$.

(2) 卡车可以通过.

提示：当 $x = \pm 2$ 时， $y = 3$ ， $3 + 2 > 4$.



练习：某工厂大门是一抛物线形的水泥建筑物，大门底部宽 $AB=4\text{m}$ ，顶部 C 离地面的高度为 4.4m ，现有载满货物的汽车欲通过大门，货物顶部距地面 2.7m ，装货宽度为 2.4m 。这辆汽车能否顺利通过大门？若能，请你通过计算加以说明；若不能，请简要说明理由。



解：如图，以AB所在的直线为x轴，以AB的垂直平分线为y轴，建立平面直角坐标系. $AB=4$

$$\therefore A(-2, 0) \quad B(2, 0)$$

$$\therefore OC=4.4 \quad \therefore C(0, 4.4)$$

设抛物线所表示的二次函数为

$$y = ax^2 + 4.4$$

$$\therefore \text{抛物线过} A(-2, 0)$$

$$\therefore 4a + 4.4 = 0$$

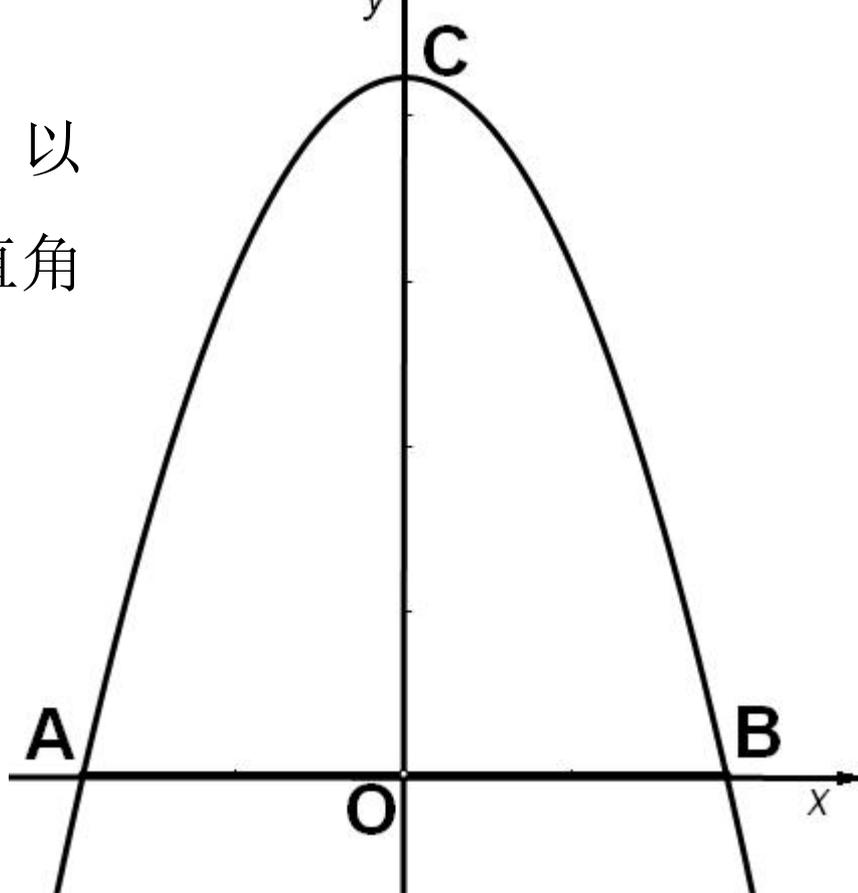
$$\therefore a = -1.1$$

\therefore 抛物线所表示的二次函数为

$$y = -1.1x^2 + 4.4$$

$$\text{当} x = 1.2 \text{时, } y = -1.1 \times 1.2^2 + 4.4 = 2.816 > 2.7$$

\therefore 汽车能顺利经过大门.

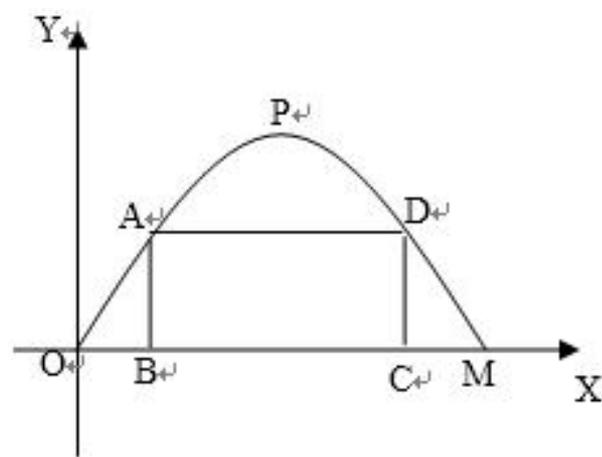


施工队要修建一个横断面为抛物线的公路隧道，其高度为 6 米，宽度 OM 为 12 米。现以 O 点为原点，OM 所在直线为 x 轴建立直角坐标系（如图 1 所示）。（1）求出这条抛物线的函数解析式，并写出自变量 x 的取值范围；

（2）隧道下的公路是双向行车道（正中间是一条宽 1 米的隔离带），其中的一条行车道能否行驶宽 2.5 米、高 5 米的特种车辆？请通过计算说明；

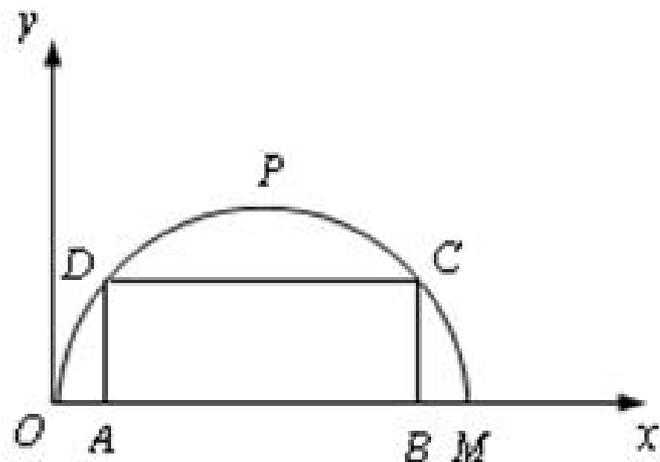
（3）施工队计划在隧道门口搭建一个矩形“脚手架” CDAB，使 A、D 点在抛物线上。B、C 点在地面 OM 线上

（如图 2 所示）。为了筹备材料，需求出“脚手架”三根木杆 AB、AD、DC 的长度之和的最大值是多少，请你帮施工队计算一下。



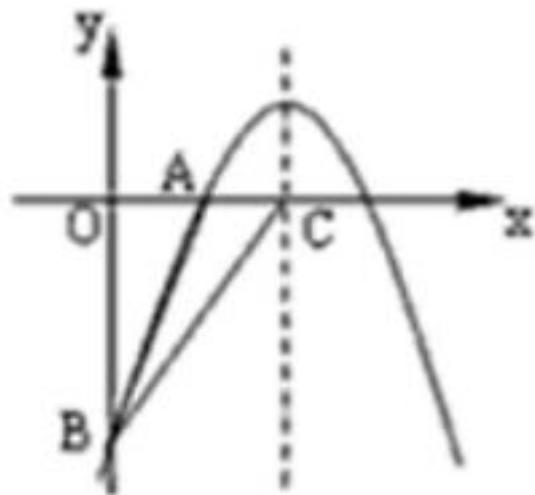
如图，某公路隧道横截面为抛物线，其最大高度为6米，底部宽度 OM 为12米。现以 O 点为原点， OM 所在直线为 x 轴建立直角坐标系。

- (1) 直接写出点 M 及抛物线顶点 P 的坐标；
- (2) 求这条抛物线的解析式；
- (3) 若要搭建一个矩形“支撑架” $AD-DC-CB$ ，使 C 、 D 点在抛物线上， A 、 B 点在地面 OM 上，则这个“支撑架”总长的最大值是多少？



如图，已知二次函数 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 的图象经过 A (2, 0)、B (0, -6) 两点 (1) 求这个二次函数的解析式；

(2) 设该二次函数的对称轴与 x 轴交于点 C，连结 BA、BC，求 $\triangle ABC$ 的面积。



如图，抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 $A(1, 0)$ ， $B(-3, 0)$ 两点，

(1) 求该抛物线的解析式；

(2) 设 (1) 中的抛物线交 y 轴与 C 点，在该抛物线的对称轴上是否存在点 Q ，使得 $\triangle QAC$ 的周长最小？若存在，求出 Q 点的坐标；若不存在，请说明理由。

(3) 在 (1) 中的抛物线上的第二象限上是否存在一点 P ，使 $\triangle PBC$ 的面积最大？若存在，求出点 P 的坐标及 $\triangle PBC$ 的面积最大值。若没有，请说明理由。

