

6.3 实数(1)

本节主要内容有哪些？
你有哪些见解或困惑？

提出你的问题

什么是实数？

实数如何分类？

如何区分有理数和无理数？

无理数有哪些类别？

所有无理数都能表示在数轴上吗？

数轴与什么数有一一对应的关系？

无限小数都是无理数吗？

所有的分数都是有理数吗？

无理数都是带根号的数吗？

无理数都是无限不循环小数吗？

有最小的有理数、无理数吗？

有绝对值最小的有理数、无理数吗？

所有无理数都有倒数、绝对值、实数吗？

举例说明无理数如何加、减、乘、除、乘方、开方？

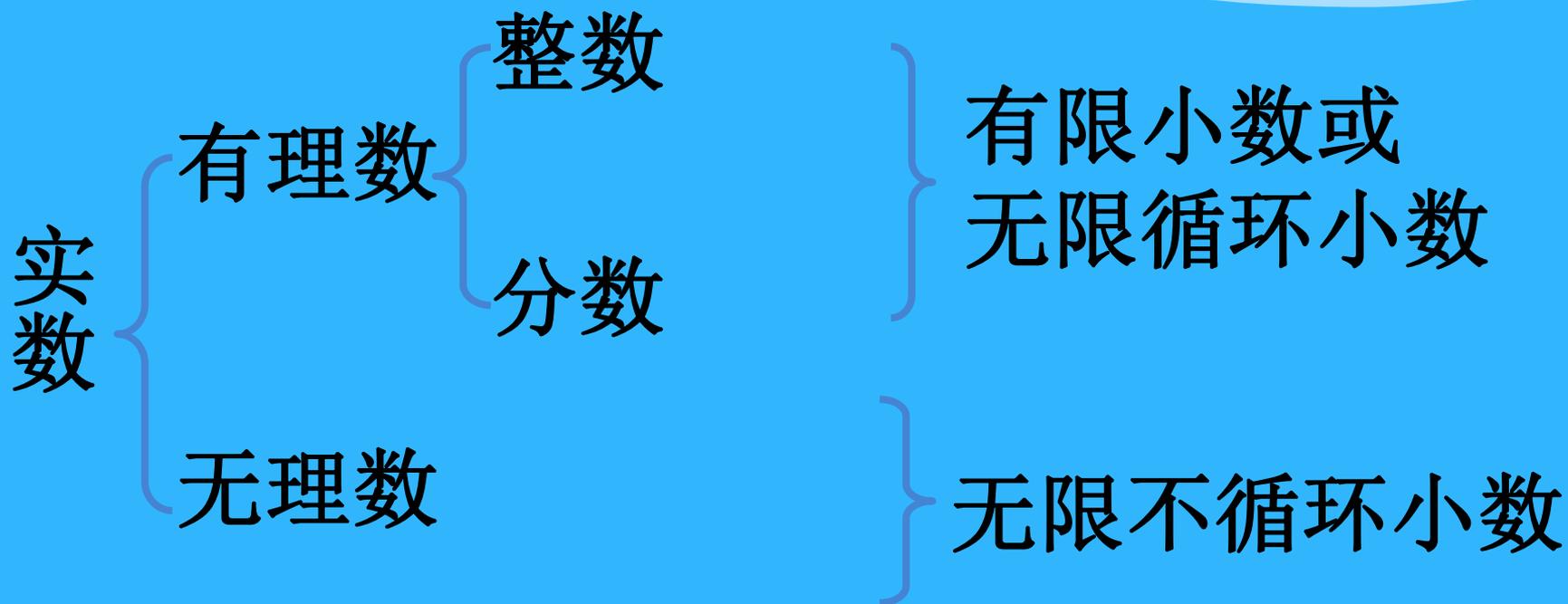
无理数的和一定是无理数吗？

实数范围内的运算有哪些规律？

提出你的问题

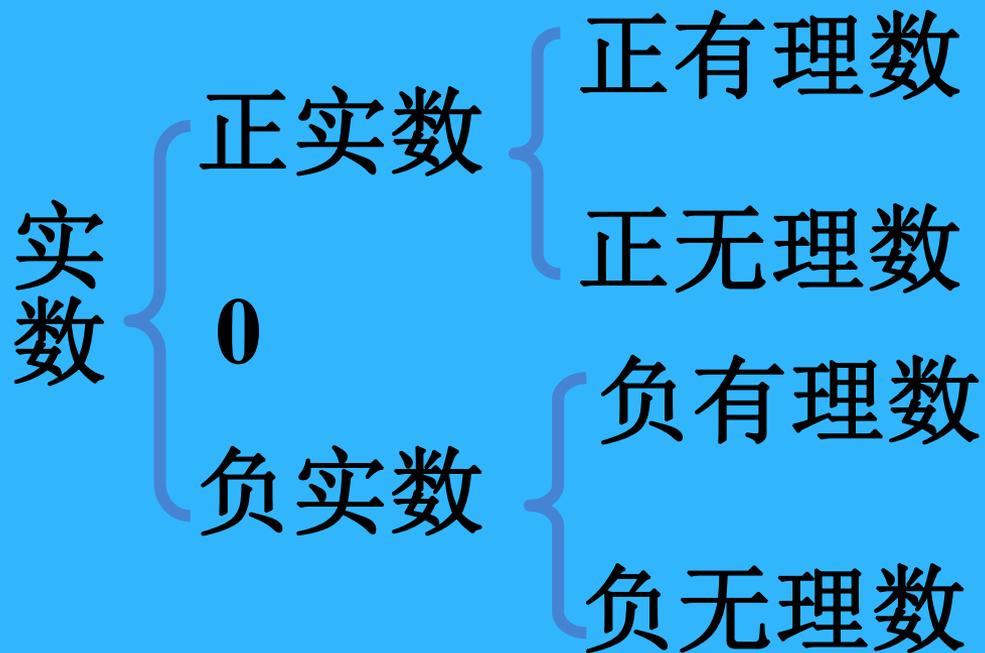
归纳

实数的分类 (定义)



你还有其它分类方法吗？

实数的分类 (正负)



你知道怎样区分有理数和无理数吗？

范例

例1、下列各数中，哪些是有理数，哪些是无理数？

$$\frac{\pi}{3}$$

$$\frac{22}{7}$$

$$\sqrt{0.4}$$

$$\sqrt[3]{2}$$

$$0.2\dot{3}$$

$$-\sqrt[3]{27}$$

$$\sqrt{16}$$

$$\sqrt[3]{-\frac{8}{64}}$$

$$|1 - \sqrt{3}|$$

$$0.131331333\cdots$$

$$\sqrt[3]{9}$$

$$0$$

常见的无理数：

π ； 开不尽的方根；

有规律但无限不循环的数

巩固

1、下列各数 π ， $-\frac{1}{7}$ ， $\sqrt{(-3)^2}$ ， 3.14

$\sqrt{2}$ ， 0 中，有理数的个数有()

A 2个

B 3个

C 4个

D 5个



巩固

2、 $0.100100010000\dots\dots$, $\sqrt{3}$,

$\sqrt[3]{8}$, $\sqrt[3]{-1}$, $\sqrt[3]{-9}$, 中, 无理

数分别是_____。



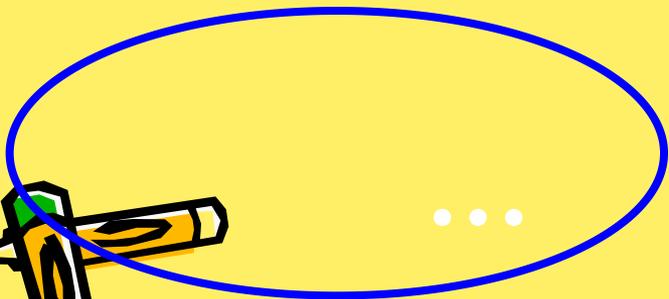
巩固



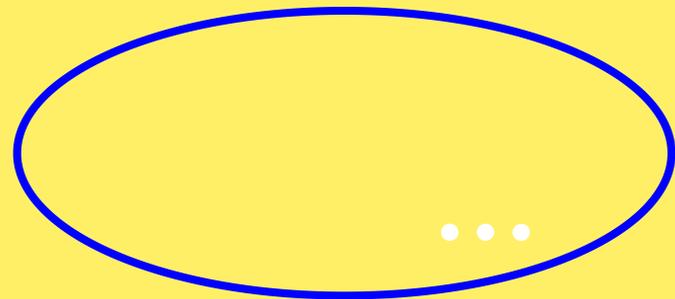
3、把下列各数分别填在相应的集合中：

$-\pi$ -3.1415926 $-\sqrt{3}$ 1.732

$0.\dot{3}$ $\sqrt{\frac{25}{36}}$ $\sqrt{7}$ $-\sqrt{16}$



有理数集合



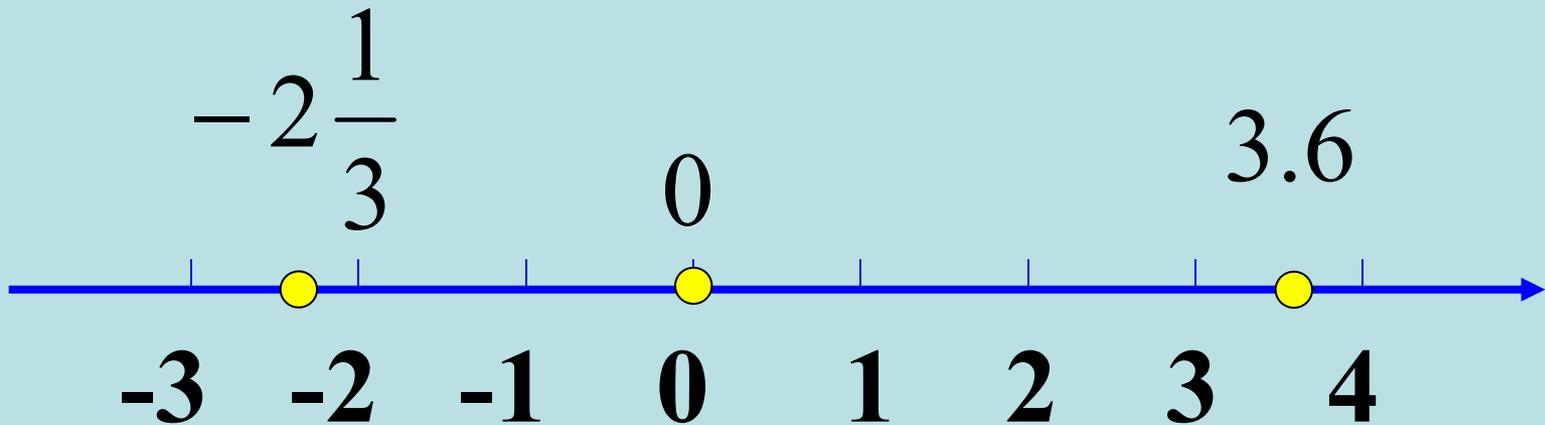
无理数集合



引入

在数轴上表示下列各数：

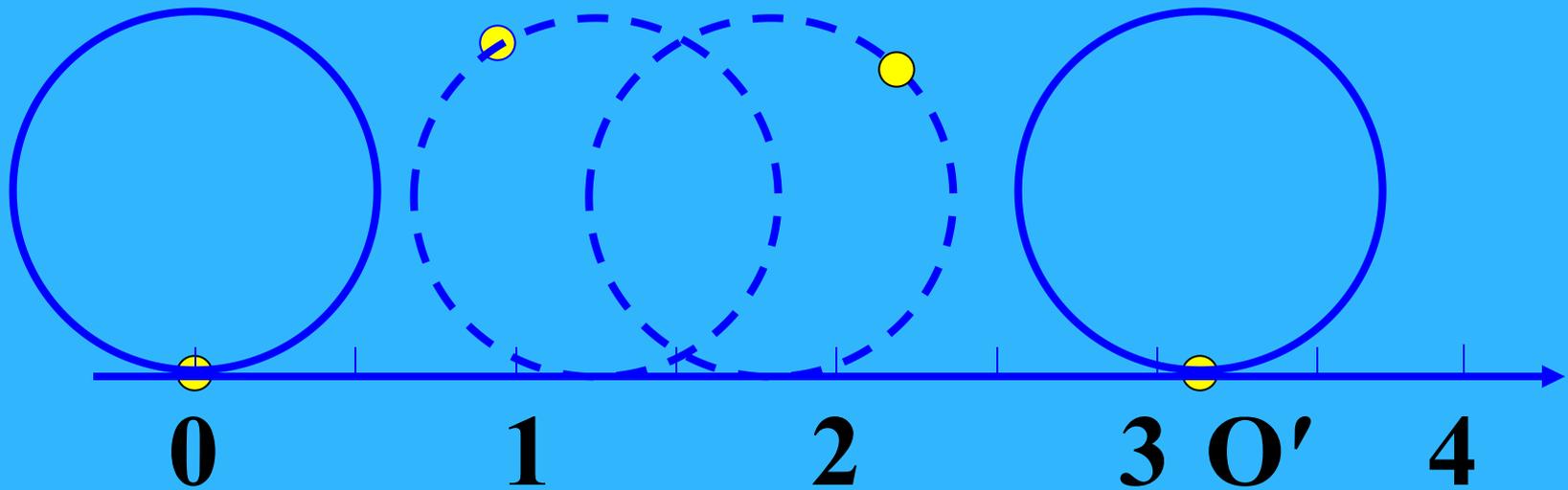
0 $-2\frac{1}{3}$ 3.6

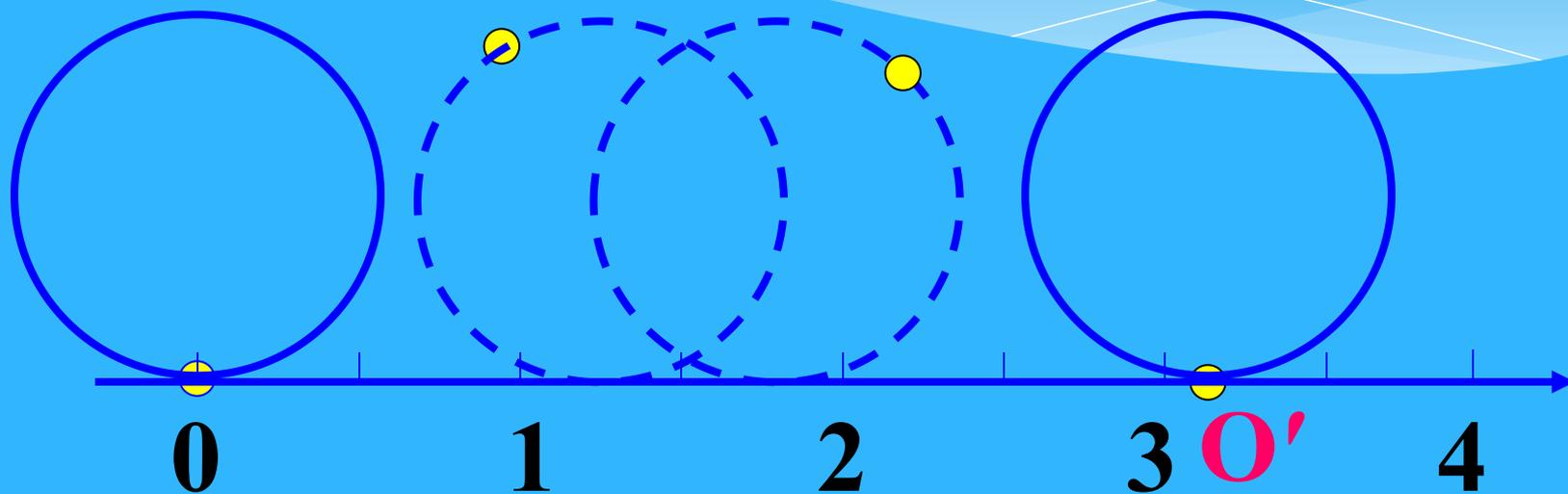


有理数都可以用数轴上的点表示

探究二：

直径为1个单位长度的圆从原点沿数轴向右滚动一周，圆上的一点由原点到达 O' ，点 O' 的坐标是多少？

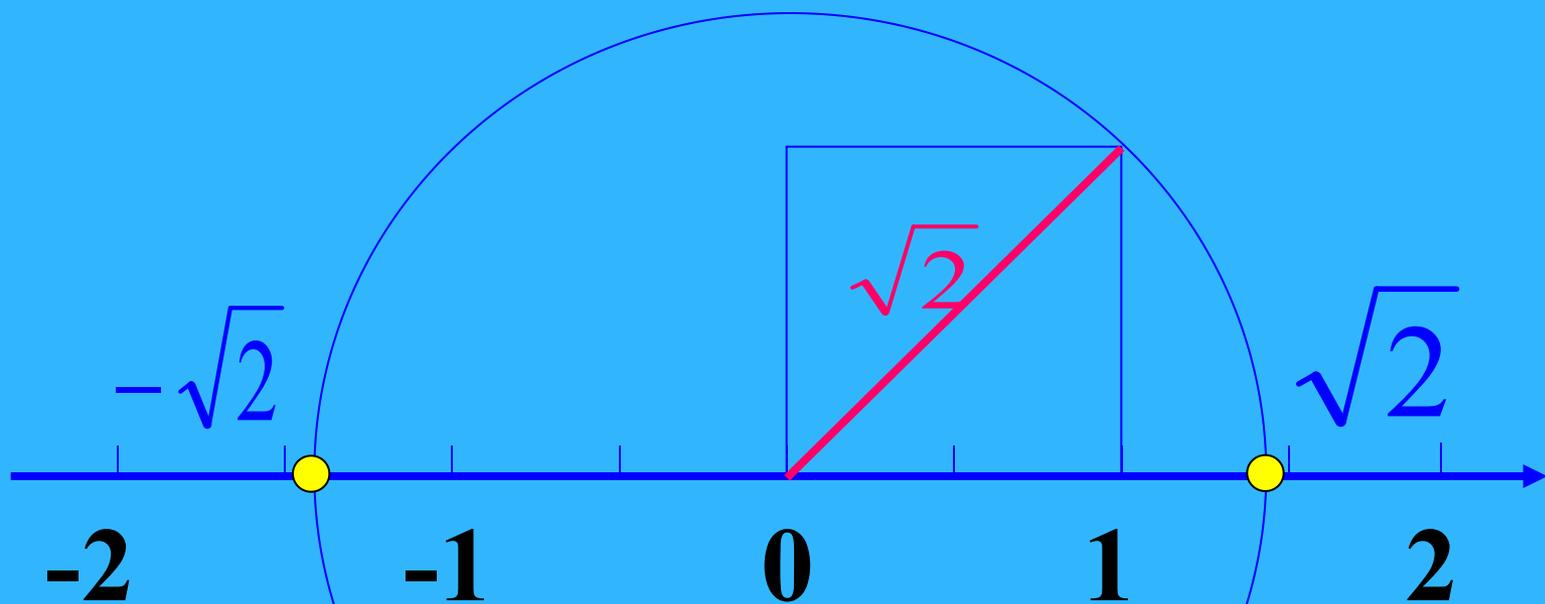




你有什么发现？

无理数 π 可以用数轴上的点表示

以单位长度为边长画一个正方形，以原点为圆心，正方形对角线为半径画弧，与正半轴的交点表示什么？

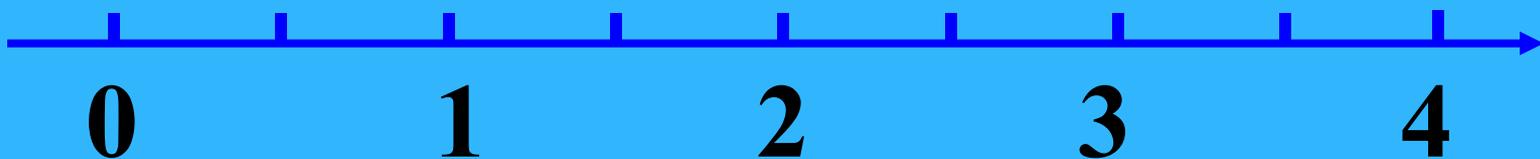


无理数 $\pm\sqrt{2}$ 可以用数轴上的点表示

归纳

- 1、每一个有理数都可以用数轴上的点表示；
- 2、每一个无理数都可以用数轴上的点表示；

实数与数轴上的点是一一对应的



巩固

- 4、下列命题错误的是()
- A.有最小的正数
 - B.没有最大的有理数
 - C.有绝对值最小的数
 - D.正分数既是有理数又是实数

5、下列结论正确的是()

A.无限小数是无理数

B.有理数都可以表示成分数形式

C.无理数都是带根号的数

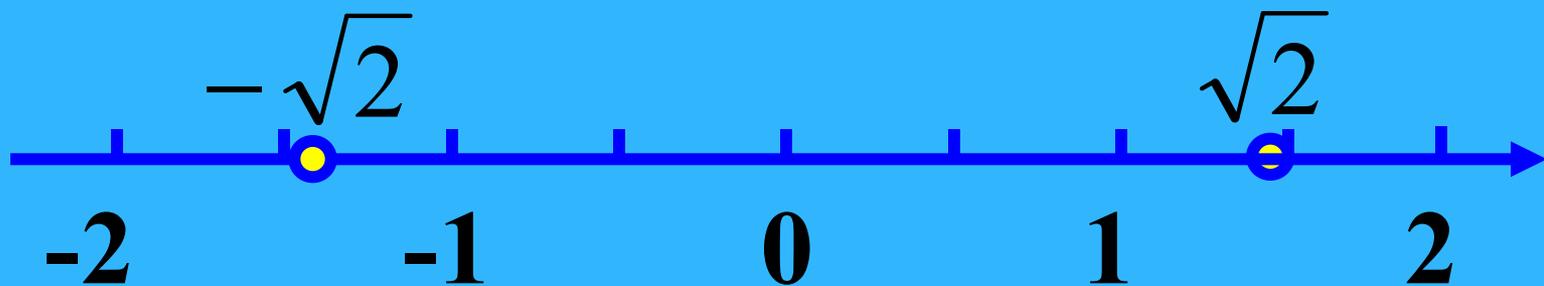
D.无理数都是无限不循环小数

探究三：

$\sqrt{2}$ 的相反数是 $-\sqrt{2}$ ；

$-\pi$ 的相反数是 π ；

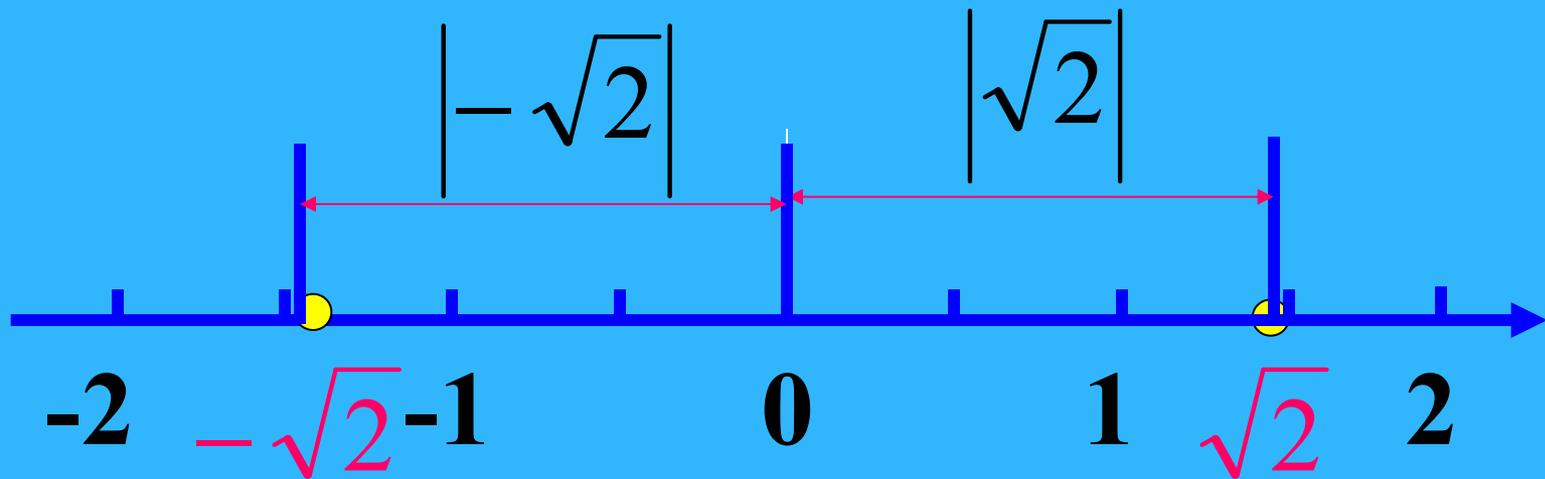
0 的相反数是 0 ；



a 的相反数是 $-a$

探究四：

$$|\sqrt{2}| = \sqrt{2} \quad |-\pi| = \pi \quad |0| = 0$$



正数的绝对值是它本身；
负数的绝对值是它的相反数；
0的绝对值是0.

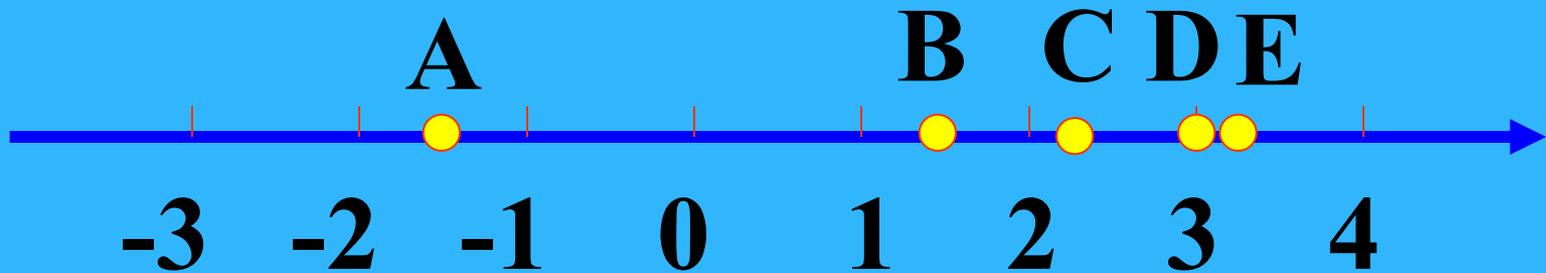
范例

- 例2、(1)求 $\sqrt[3]{-64}$ 的绝对值；
(2)已知一个数的绝对值是 $\sqrt{3}$ ，
求这个数。

巩固

6、请将数轴上是各点与下列实数对应起来：

$\sqrt{2}$ -1.5 $\sqrt{5}$ π 3



巩固

7、下列各数中，互为相反数的是()

A 3 与 $\frac{1}{3}$

B 2 与 $(-2)^2$

C $\sqrt{(-1)^2}$ 与 $\sqrt[3]{-1}$

D 5 与 $|-5|$

巩固

8、 $|\sqrt{5}-3|-|2-\sqrt{5}|$ 的值是()

A 5

B -1

C $5-2\sqrt{5}$

D $2\sqrt{5}-5$

巩固

9、在数轴上距离表示-2的点是 $\sqrt{3}$ 个单位长度的数是_____。

实数运算

当数从有理数扩充到实数以后，实数之间不仅可以进行加 减 乘 除 乘方运算，又增加了非负数的开平方运算，任意实数可以进行开立方运算。

进行实数运算时，有理数的运算法则及性质等同样适用

例3：计算下列各式的值

$$(1)(\sqrt{3} + \sqrt{2}) - \sqrt{2}; (2)3\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \text{解:} (1) (\sqrt{3} + \sqrt{2}) - \sqrt{2} &= \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{2} \\ &= \sqrt{3} \end{aligned} \quad \begin{aligned} (2) 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} &= (3 + 2)\sqrt{3} \\ &= 5\sqrt{3} \end{aligned}$$

例4：计算（结果保留小数点后两位）

$$(1)\sqrt{5} + \pi; \quad (2)\sqrt{3} \times \sqrt{2}$$

解：(1) $\sqrt{5} + \pi \approx 2.236 + 3.142 \approx 5.38$

(2) $\sqrt{3} \times \sqrt{2} \approx 1.732 \times 1.414 \approx 2.45$

注意：计算过程中要多保留一位！

知识点 2 实数的运算(难点)

例 3：计算： $3\sqrt{2} + \sqrt{3} - |\sqrt{2} - \sqrt{3}|$.

$$\text{解： } 3\sqrt{2} + \sqrt{3} - |\sqrt{2} - \sqrt{3}|$$

$$= 3\sqrt{2} + \sqrt{3} - (\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

$$= 3\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$= 4\sqrt{2}.$$

3. 计算:

$$|1 - \sqrt{2}| + |\sqrt{2} - \sqrt{3}| + |\sqrt{3} - 2|.$$

4. 计算: $\sqrt[3]{1.000} - \sqrt[3]{-3\frac{3}{8}} + \sqrt{4}.$

小结

1、本节课你学了什么知识？

实数的定义

实数的分类 (定义、正负)

实数与数轴上的点一一对应

2、你有什么体会？

有理数

有限小数或
无限循环小数

无理数

无限不循环小数

3. 求一个数（式）的相反数和绝对值。
4. 绝对值性质：非负性（绝对值，2次根号）
5. 实数的运算法则和性质体会？

算术平方根的化简有哪些规律？



6.3 实数(1)

本节主要内容有哪些？
你有哪些见解或困惑？

提出你的问题

* 如何比较无理数的大小?

* 如何计算:

* $\sqrt{8} + \sqrt{32}$; $\sqrt{128} + \sqrt{32}$;

* $\sqrt{12} + \sqrt{\frac{1}{3}}$

已知 $|2009 - a| + \sqrt{a - 2010} = a$, 求 $a - 2009^2$

解：由题知， $a \geq 2010$

\therefore 原式可化为 $a - 2009 + \sqrt{a - 2010} = a$

即 $\sqrt{a - 2010} = 2009$

两边平方可得： $a - 2010 = 2009^2$

移项可得： $a - 2009^2 = 2010$

1. 已知 $\sqrt{x-8} + |y-17| = 0$, 求 $x+y$ 的平方根。

± 5

2. 已知实数 a 、 b 、 c 在数轴上的位置如图,

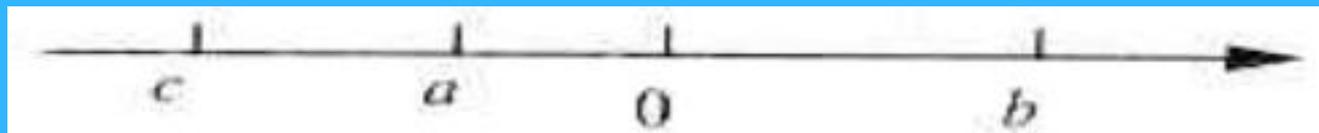
化简 $|a+b| - \sqrt{(c-b)^2}$ 的结果是 (A)

A. $a+c$

B. $-a-2b+c$

C. $a+2b-c$

D. $-a-c$



3. 已知 $\sqrt{(a-4)^2} = a-4$, 求 a 的取值范围。

$a \geq 4$



练习:

$$1. 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - 5\sqrt{3} - 3\sqrt{2} = -3\sqrt{3}$$

$$2. |\sqrt{3} - 2| + |\sqrt{3} - 1| = 1$$

$$3. |2\sqrt{3} - \sqrt{(-4)^2}| + 2\sqrt{3} = 4$$