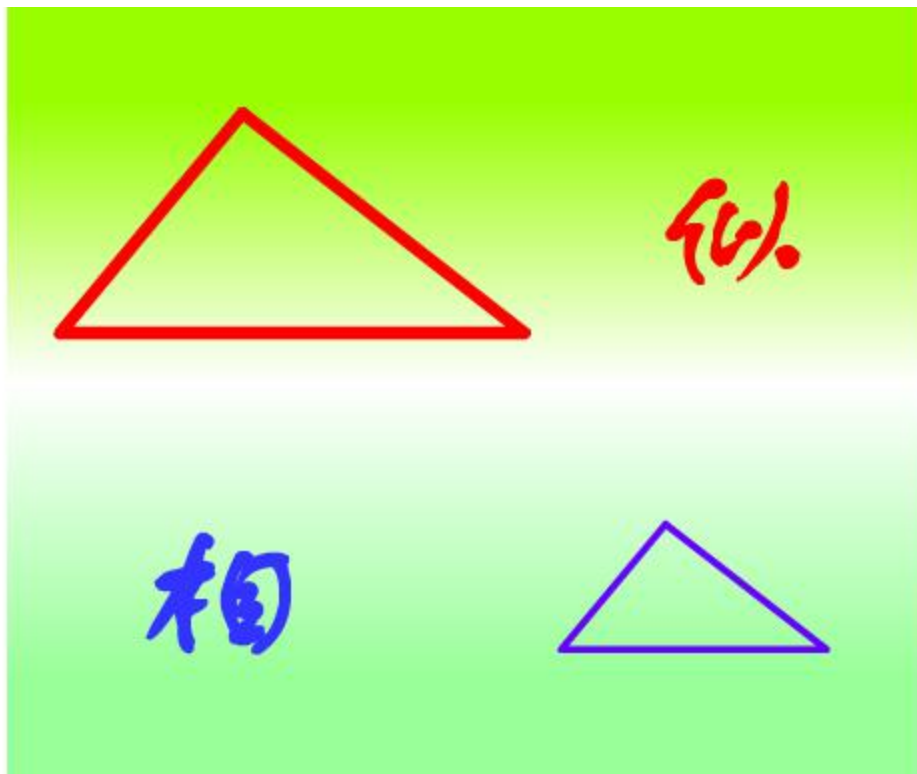
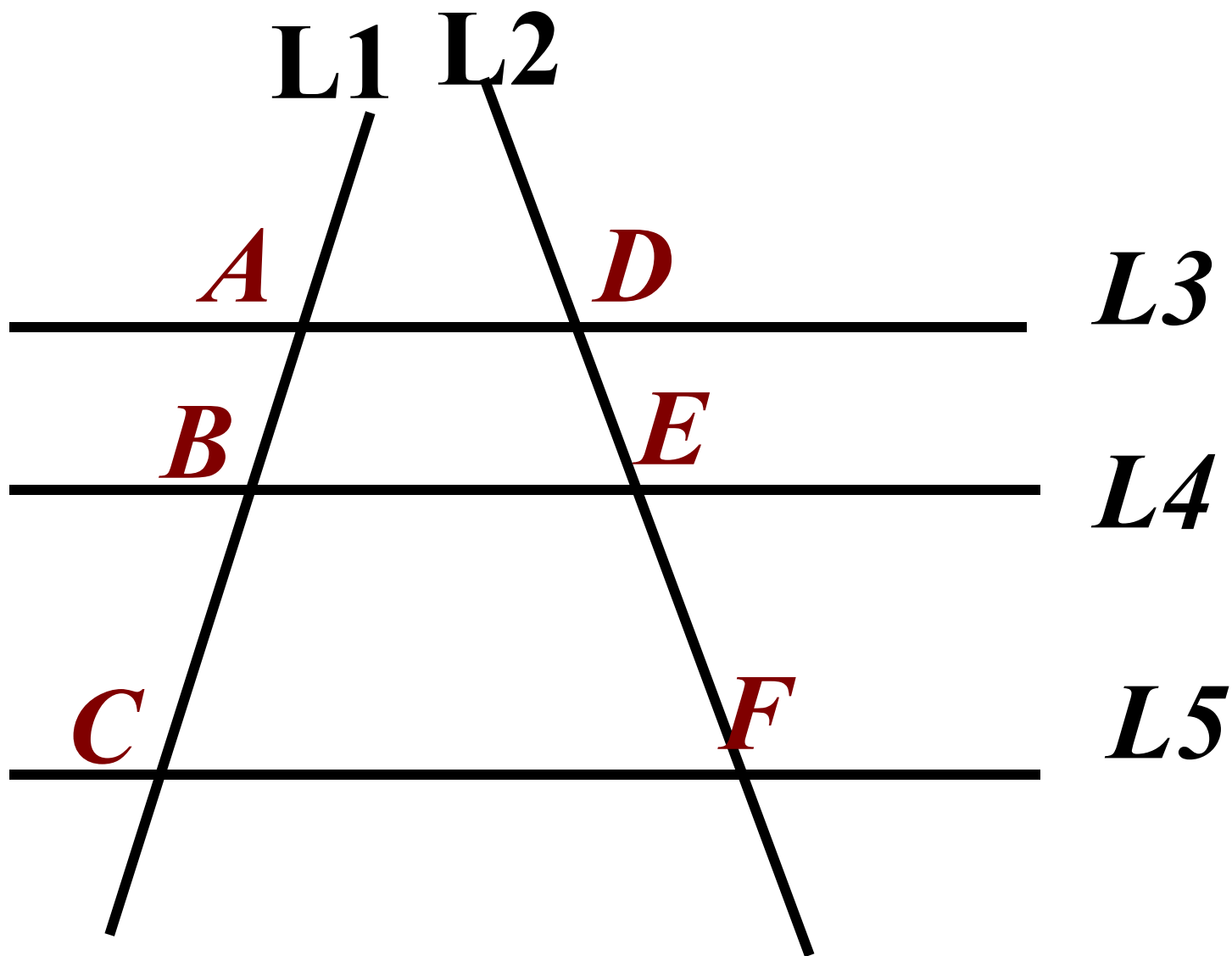


27.2.1 相似三角形的判定(1)



学习三角形全等时，我们知道，除了可以通过证明对应角相等，对应边相等来判定两个三角形全等外，还有判定的简便方法（SSS, SAS, ASA, AAS）。类似地，判定两个三角形相似时，是不是对所有的对应角和对应边都要一一验证呢？

为了证明相似三角形的判定定理，我们先来学习下面的平行线分线段成比例定理。



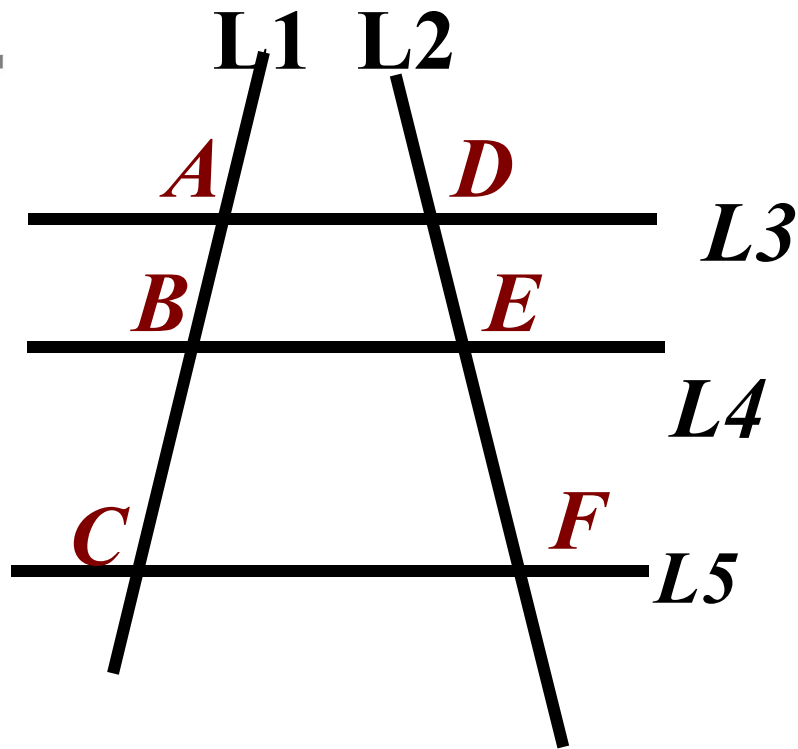
定理

三条平行线截两条直线,所得的对应线段的比相等.

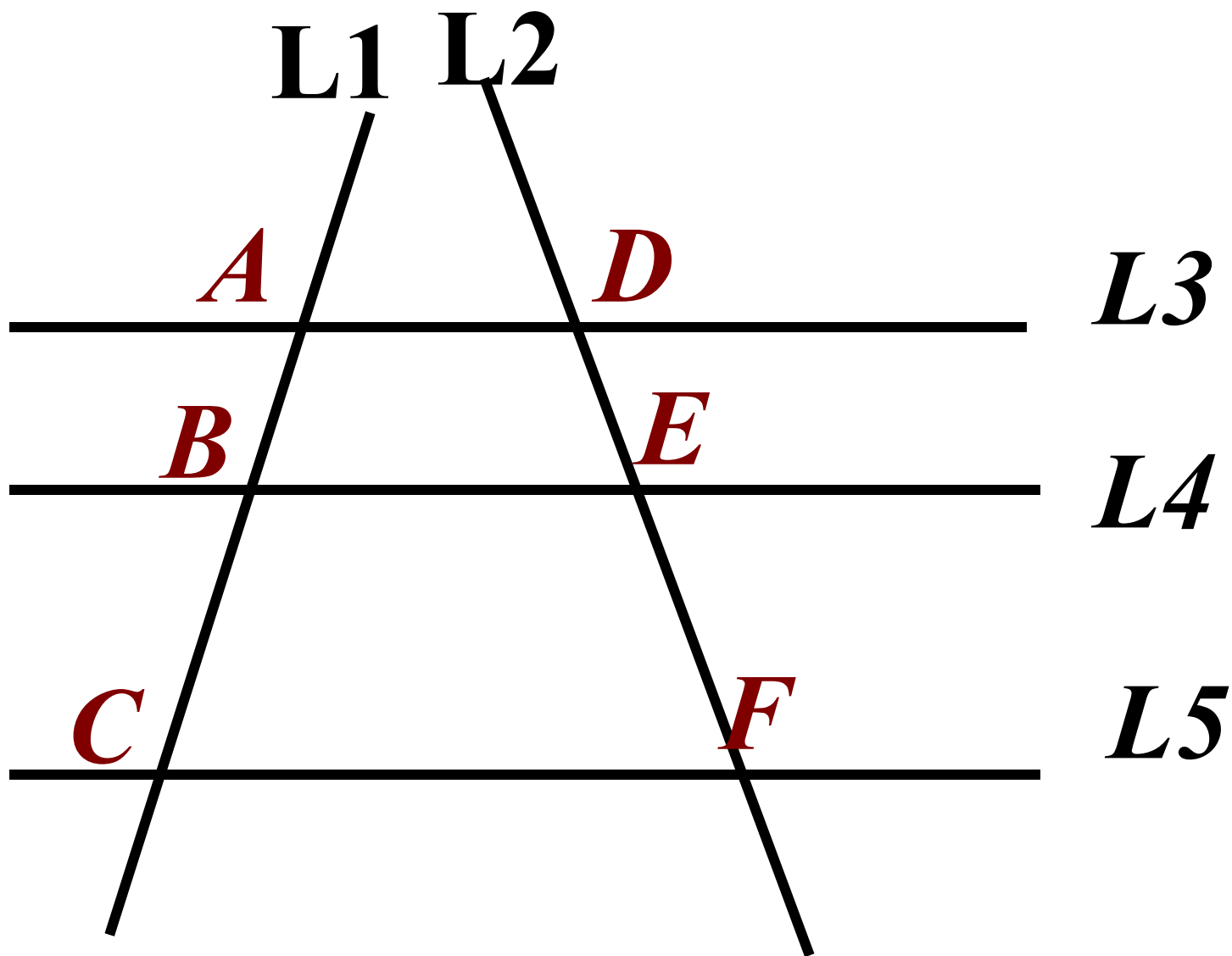
定理的符号语言

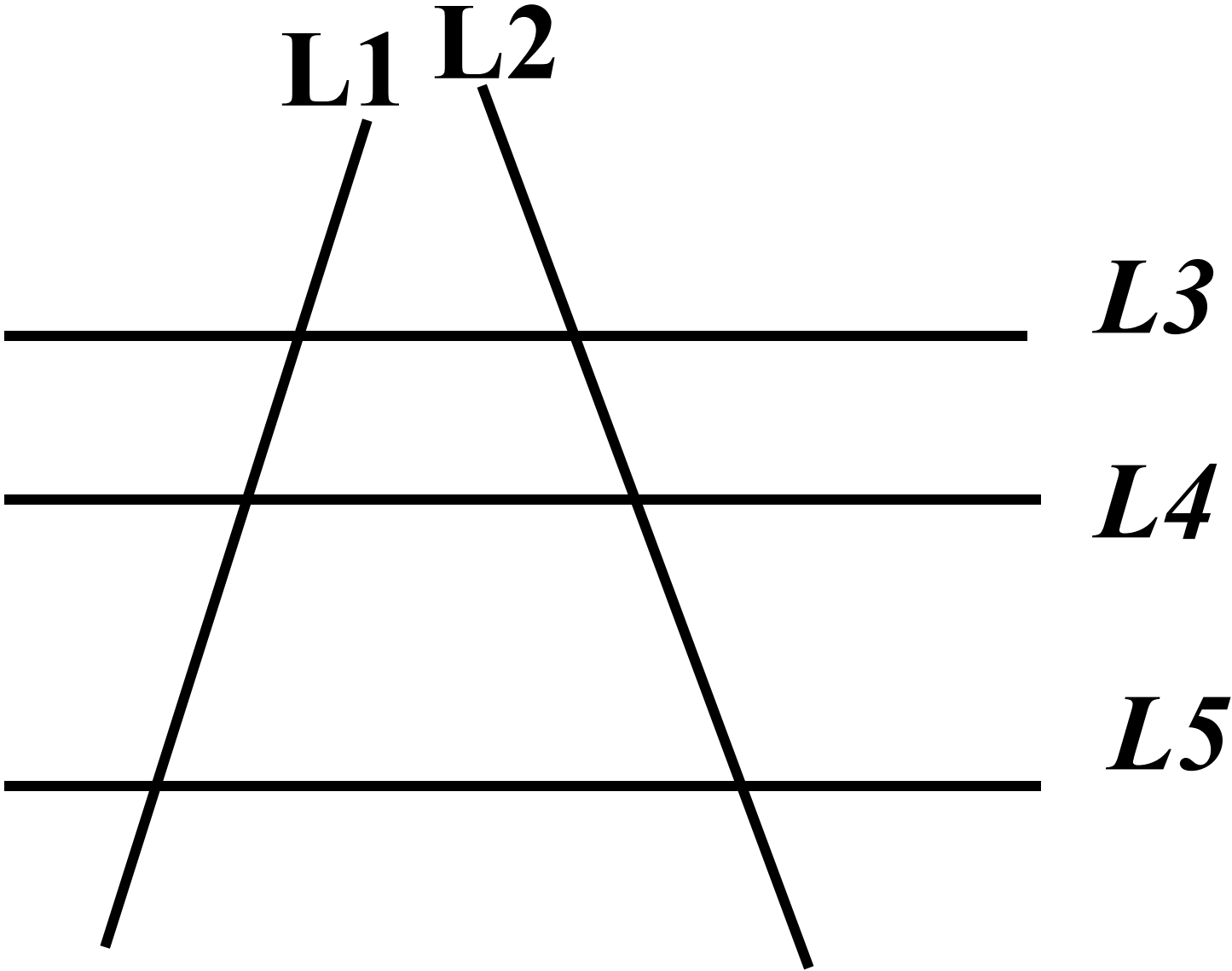
$$\because L_3 // L_4 // L_5$$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$$

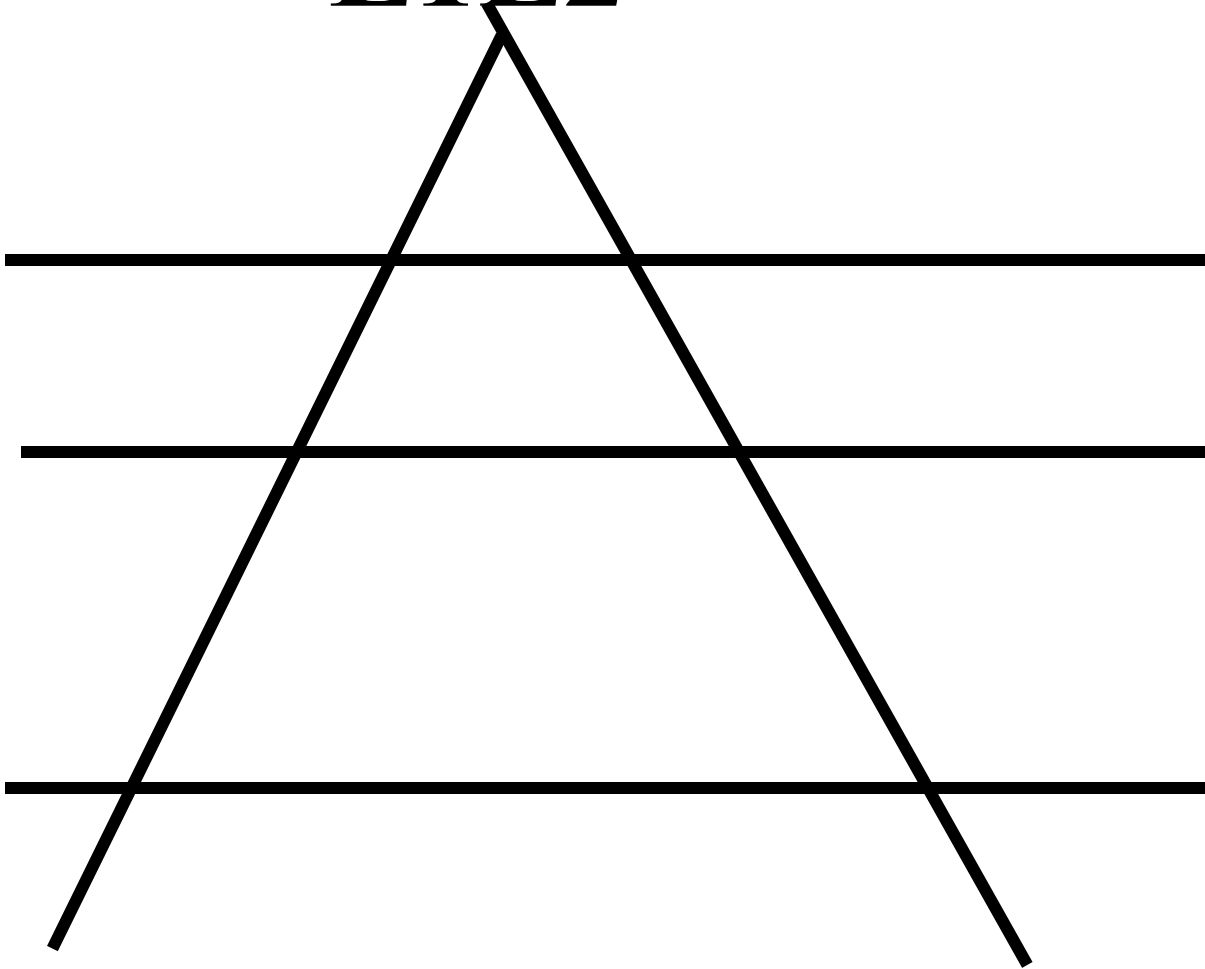


(平行线分线段成比例定理)





L1L2

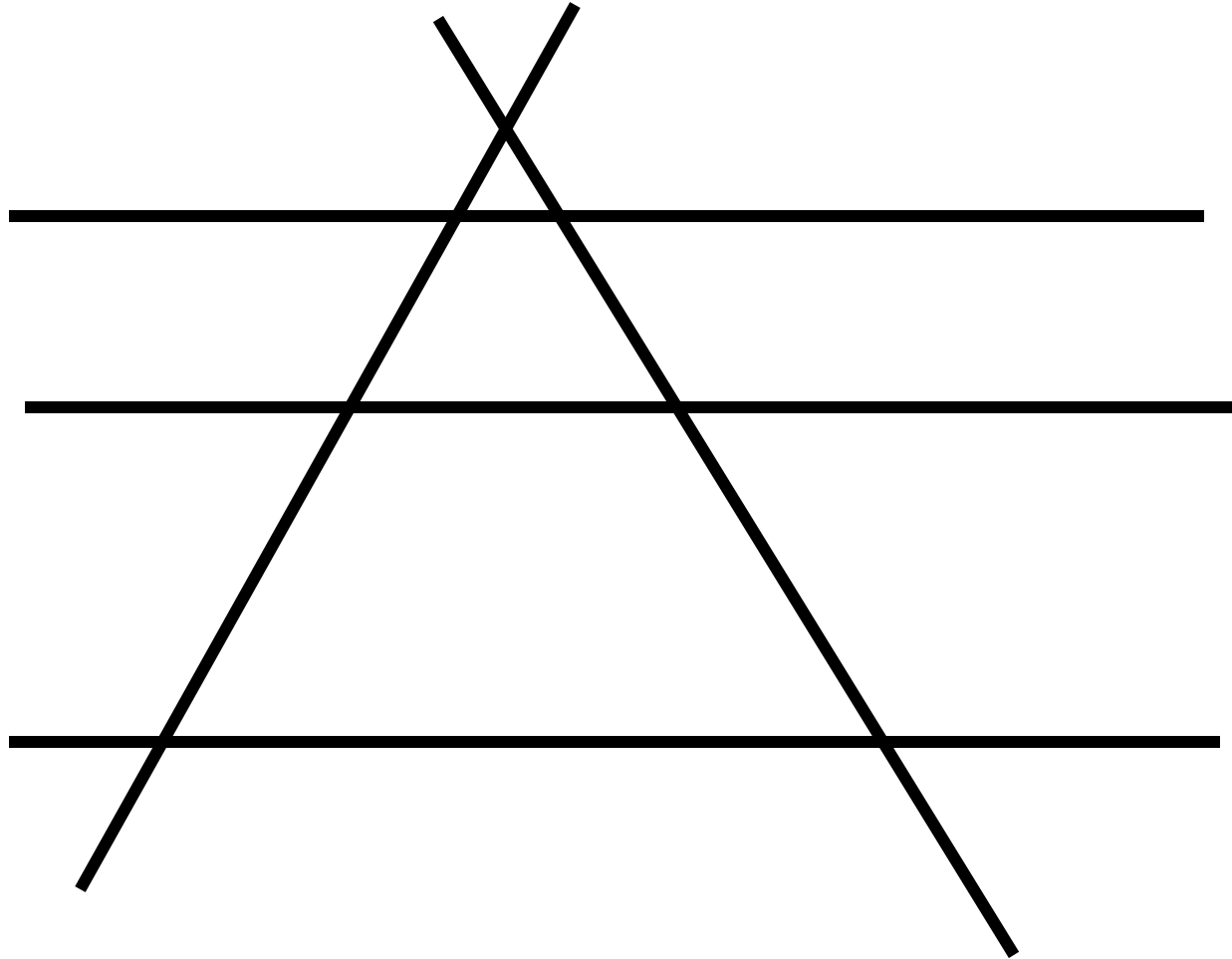


L3

L4

L5

L2 L1

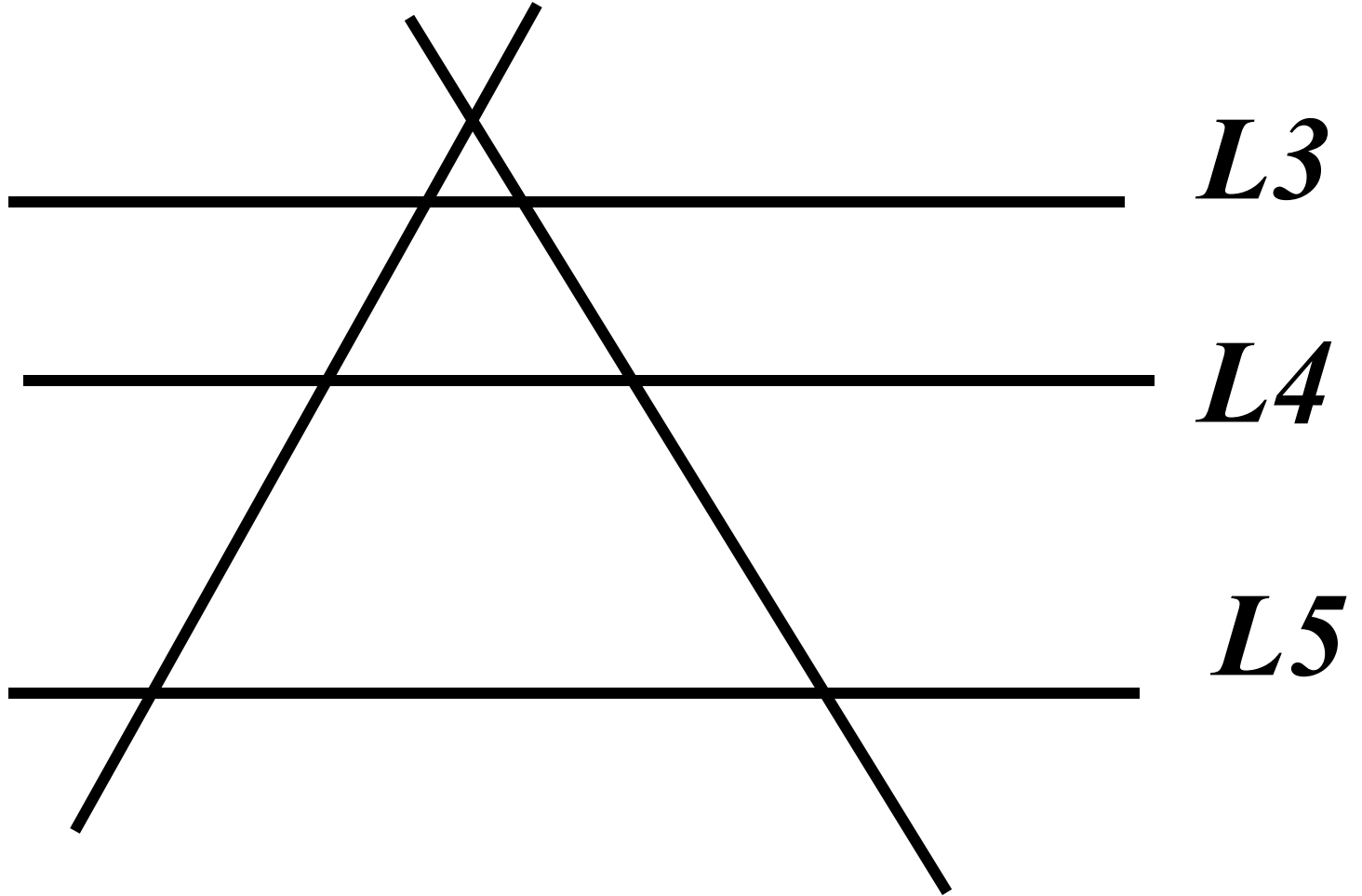


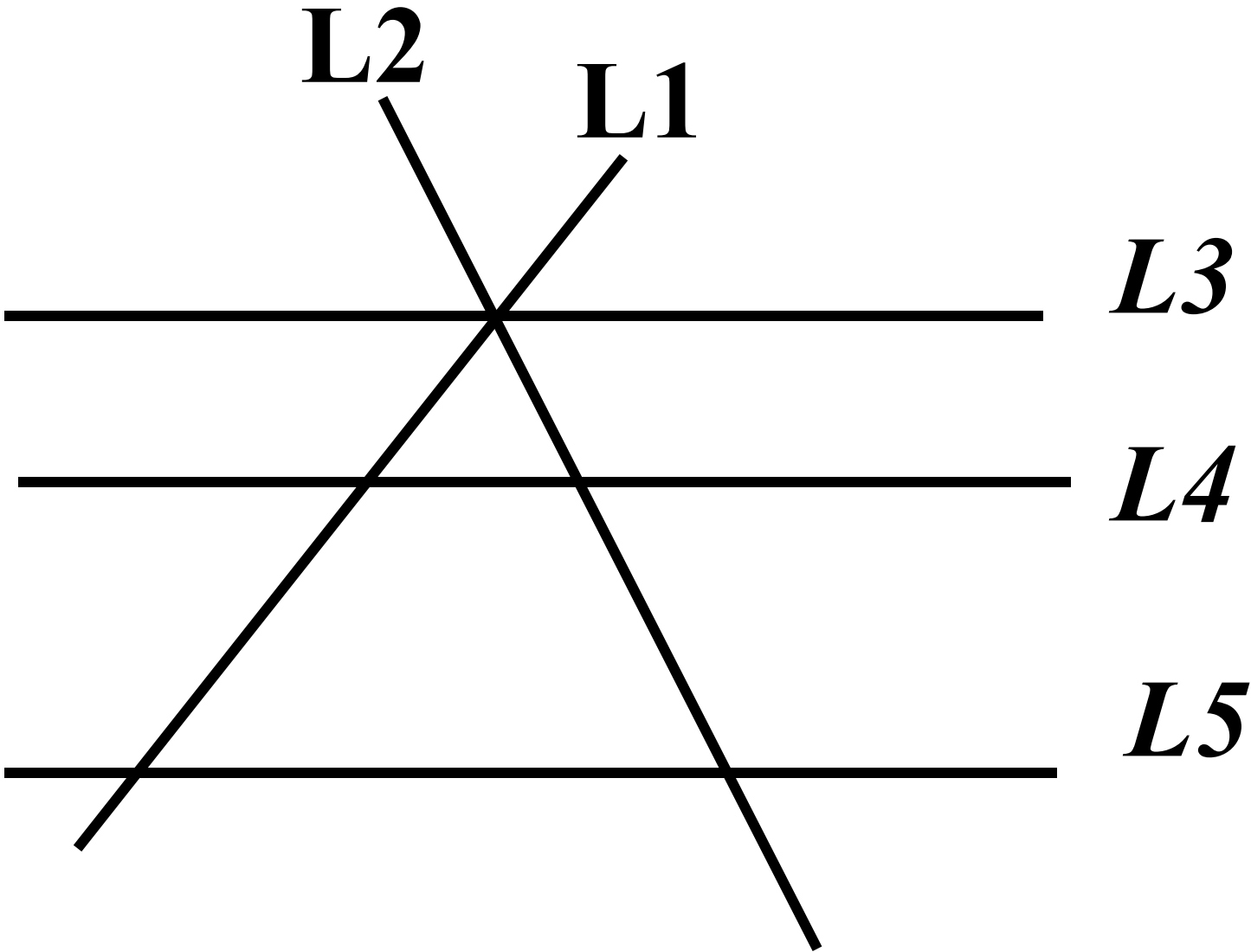
L3

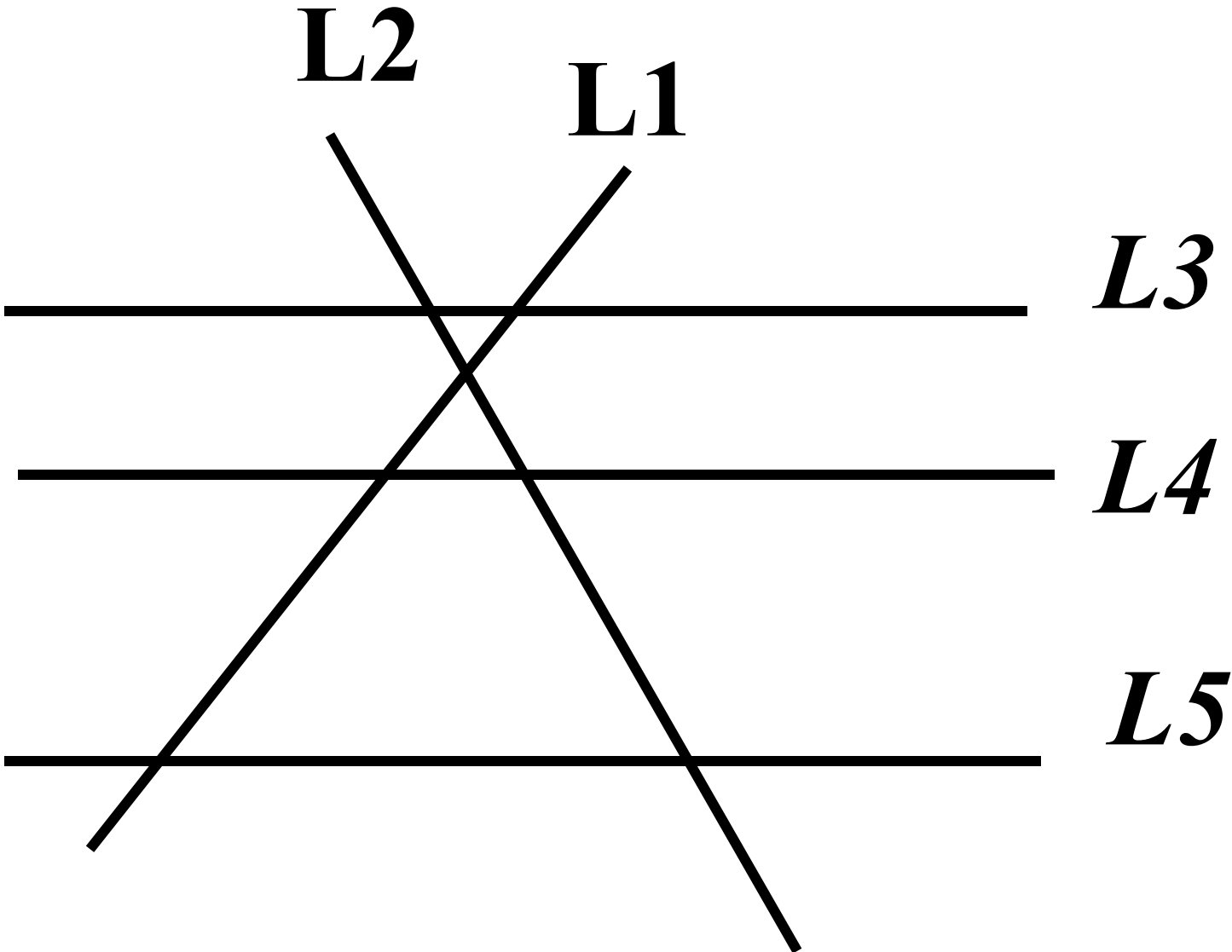
L4

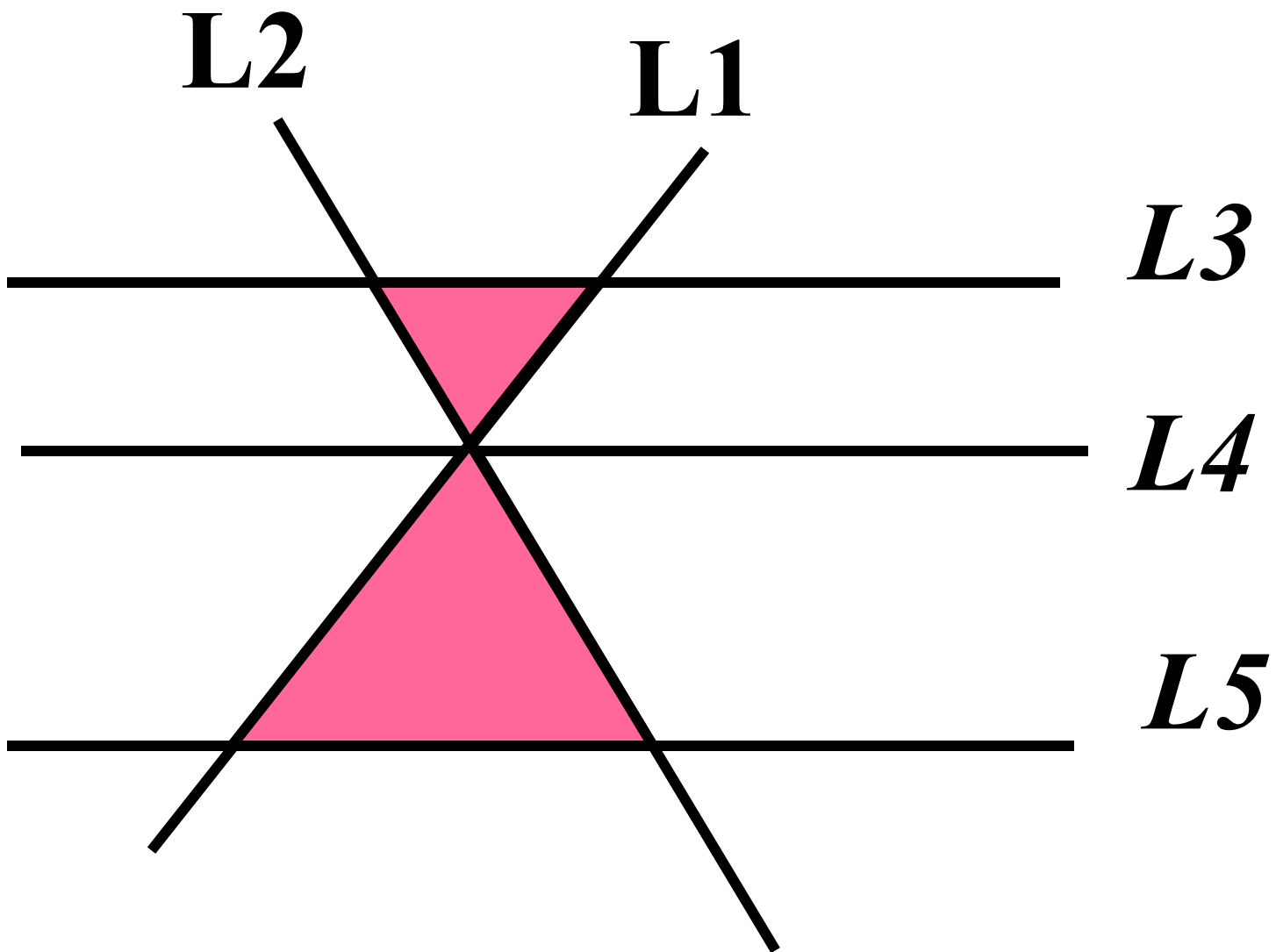
L5

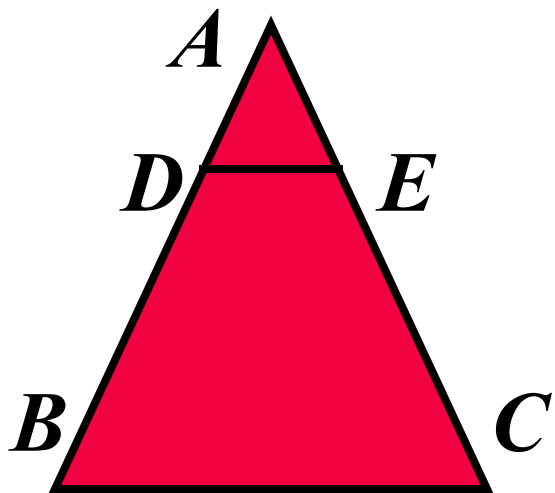
L2 L1







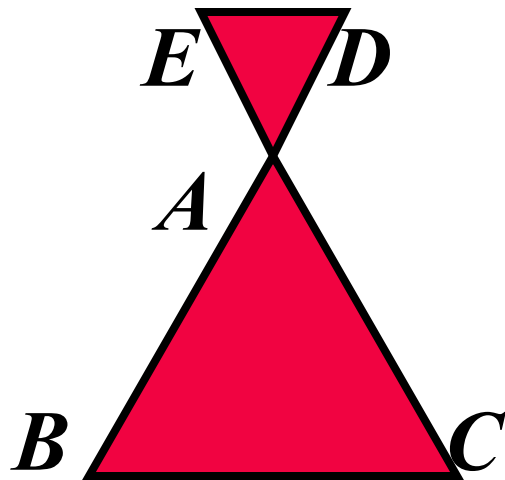




数学符号语言

$$\because DE \parallel BC$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$



数学符号语言

$$\because DE \parallel BC$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

平行于三角形一边的直线截其他两边（或两边的延长线），所得的对应线段的比相等

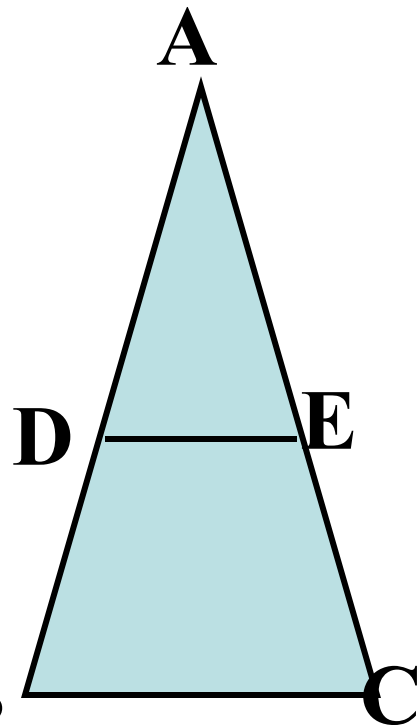
练习一:

1、判断题:

如图: $DE \parallel BC$, 下列各式是否正确

A: $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ (✓) B: $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$ (✓)

C: $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$ (✗) D: $\frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC}$ (✓)



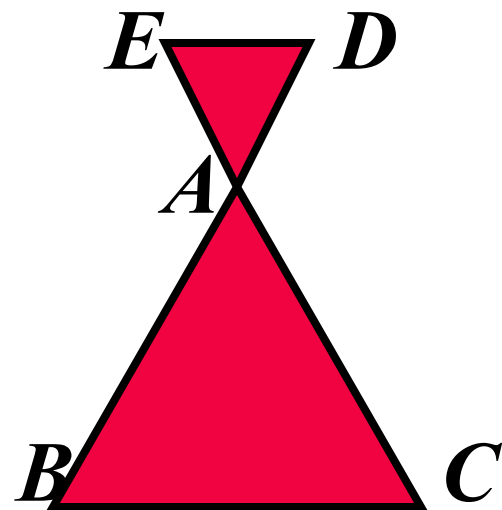
2、填空题:

如图: $DE \parallel BC$,

已知:

$$\frac{AE}{AC} = \frac{2}{5}$$

求: $\frac{AD}{AB} = \underline{\frac{2}{5}}$



例题2

已知: $DE \parallel BC$, $AB=15$, $AC=9$,
 $BD=4$. 求: $AE=?$

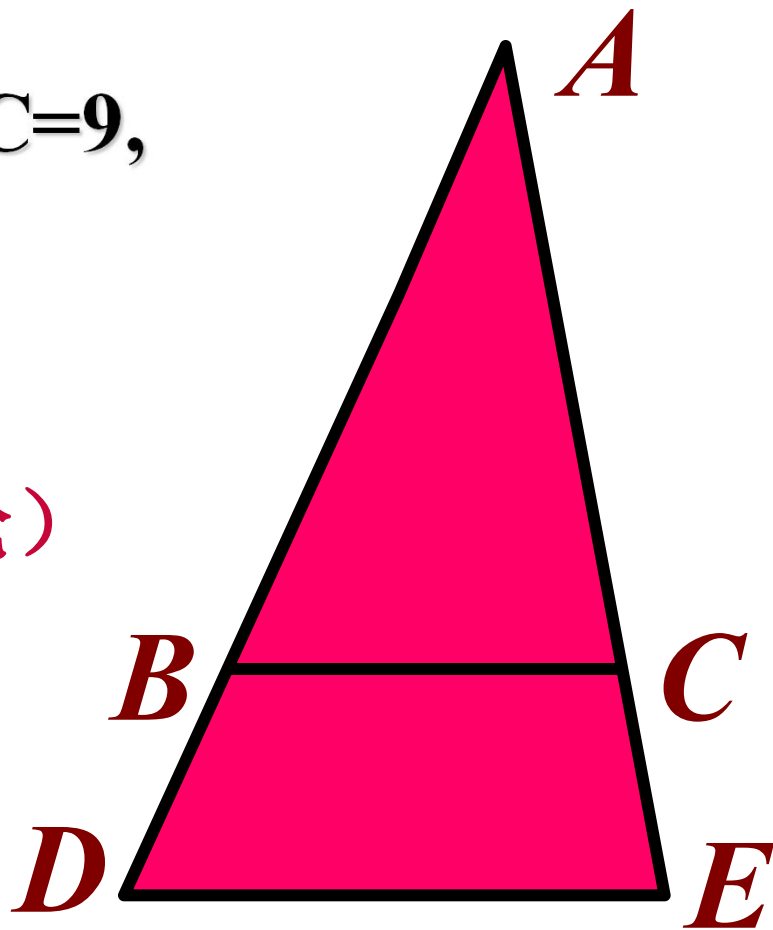
解: $\because DE \parallel BC$

$$\therefore \frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE} \quad (\text{推论})$$

即 $\frac{15}{4} = \frac{9}{CE}$

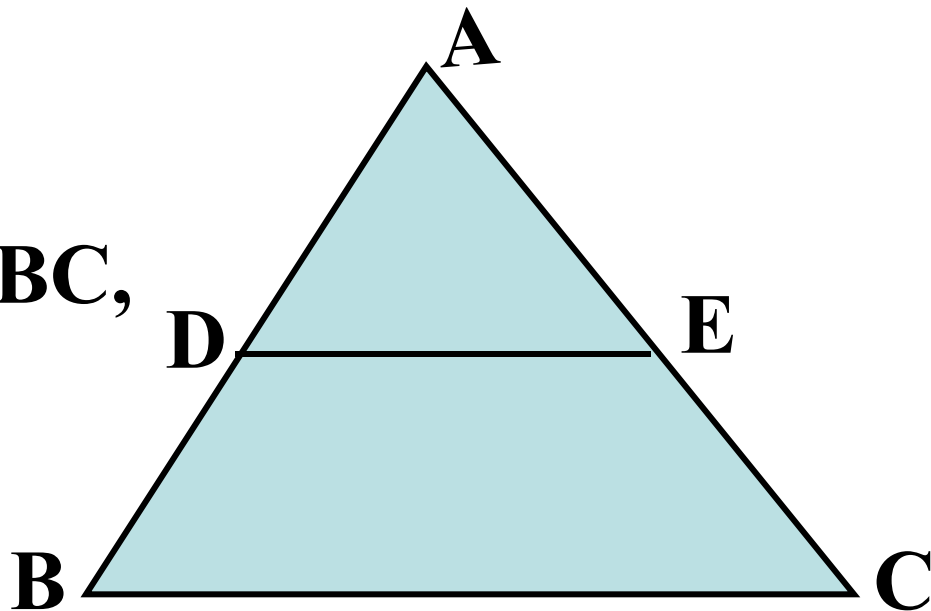
$$\therefore CE = \frac{12}{5}$$

$$\therefore AE = AC + CE = 9 + \frac{12}{5} = 11\frac{2}{5}$$



练习二： (A组)

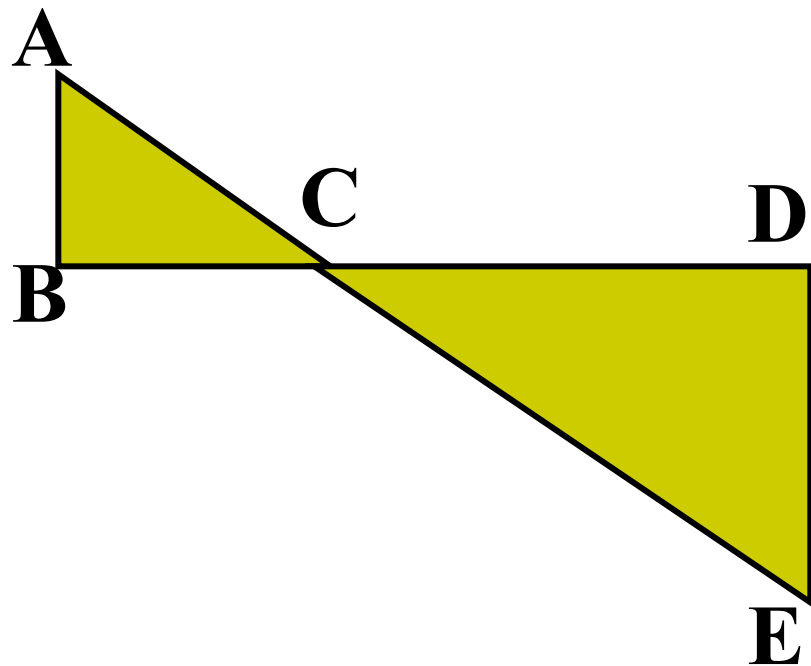
- 1、如图：已知 $DE \parallel BC$ ，
 $AB = 14$ ， $AC = 18$ ，
 $AE = 10$ ，
求：AD的长。

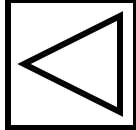


(B组)

- 2、如图：已知 $AB \perp BD$ ，
 $ED \perp BD$ ，垂足分别为
B、D。

求证：
$$\frac{AC}{EC} = \frac{BC}{DC}$$

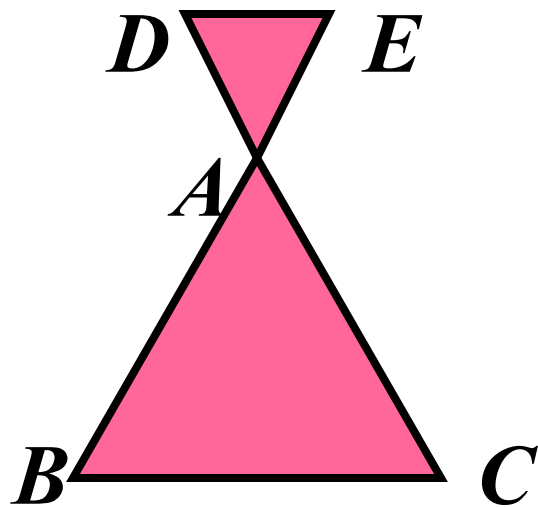




达标检测题:

(A组)

- 1、如图: 已知 $DE \parallel BC$,
 $AB = 5$, $AC = 7$,
 $AD = 2$,
求: AE 的长。

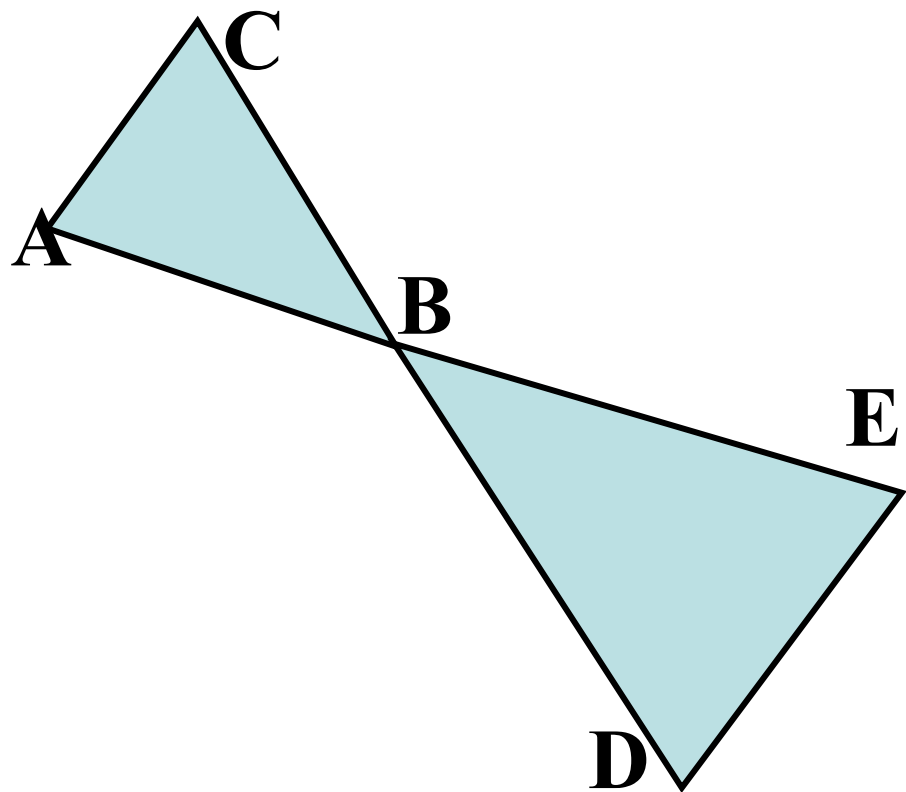


(B组)

- 2、已知 $\angle A = \angle E = 60^\circ$

$$CB = 4, \frac{AB}{BE} = \frac{2}{3}$$

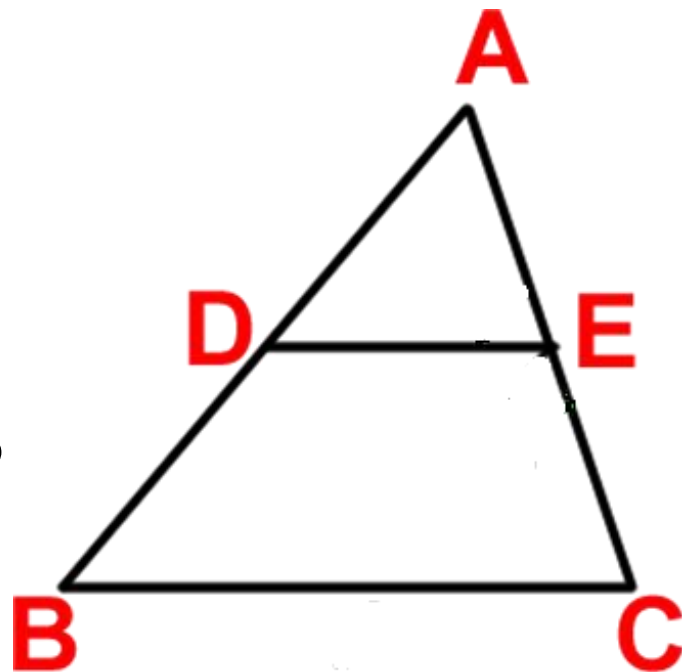
- 求: BD 的长。





思考

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$,
 DE 分别交 AB, AC 于点 D, E ,
 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 有什么关系?



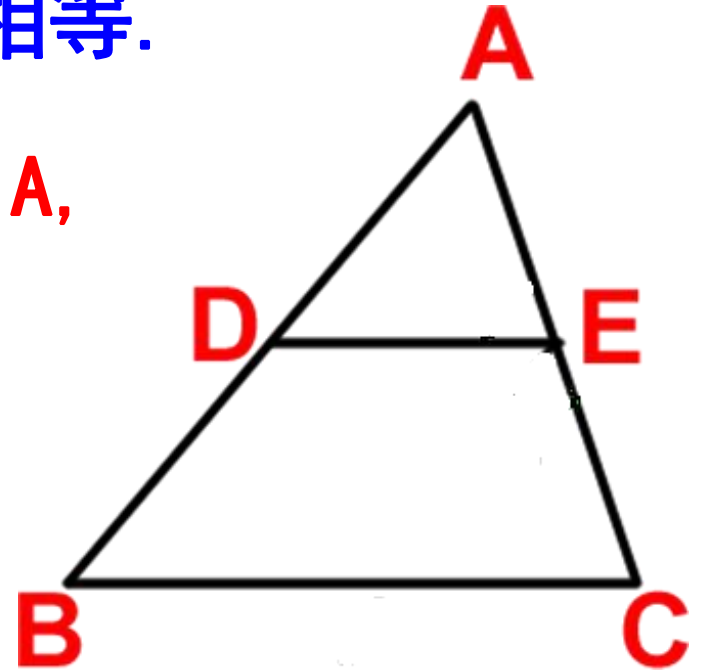
直觉告诉我们， $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 相似，我们通过相似的定义证明这个结论。

先证明两个三角形的对应角相等。

在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = \angle A$ ，

$\because DE \parallel BC$ ，

$\therefore \angle ADE = \angle B$ ， $\angle AED = \angle C$ 。



再证明两个三角形的对应边的比相等.

过E作EF//AB, EF交BC于F点.
在平行四边形BFED中, DE=BF, DB=EF.

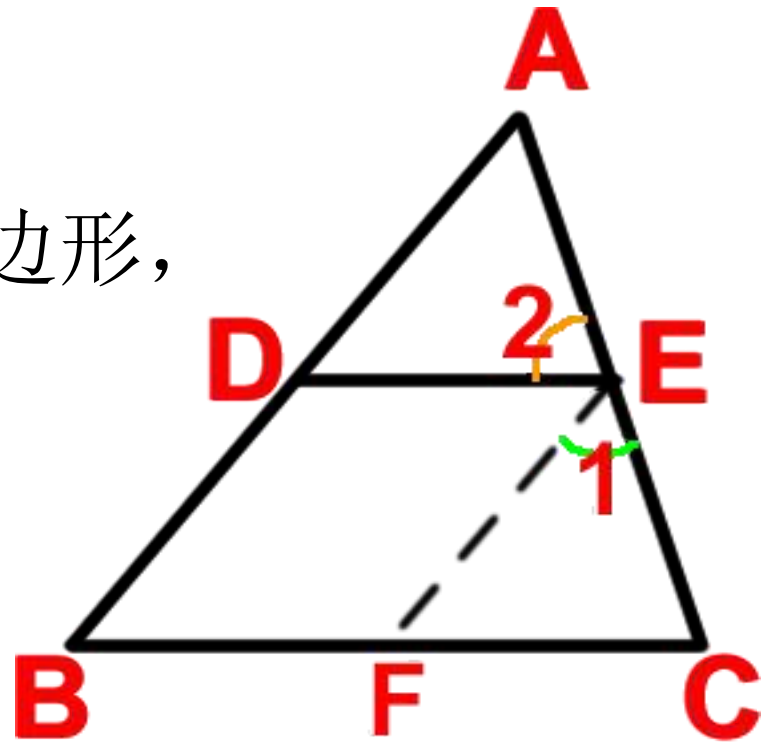
$\because DE \parallel BC, EF \parallel AB,$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}, \frac{BF}{BC} = \frac{AE}{AC}$$

\therefore 四边形DEFB是平行四边形,

$$\therefore DE=BF \therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}$$

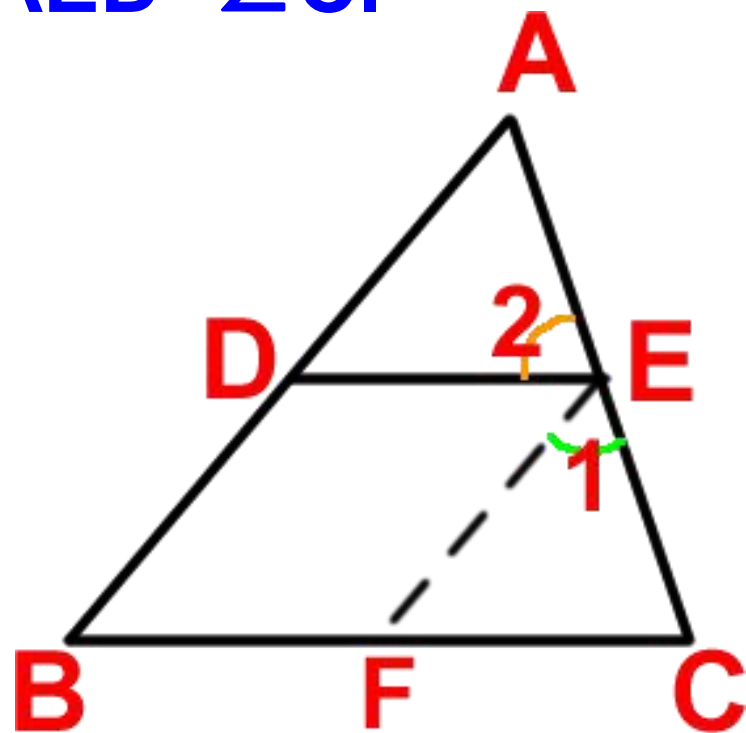
$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$



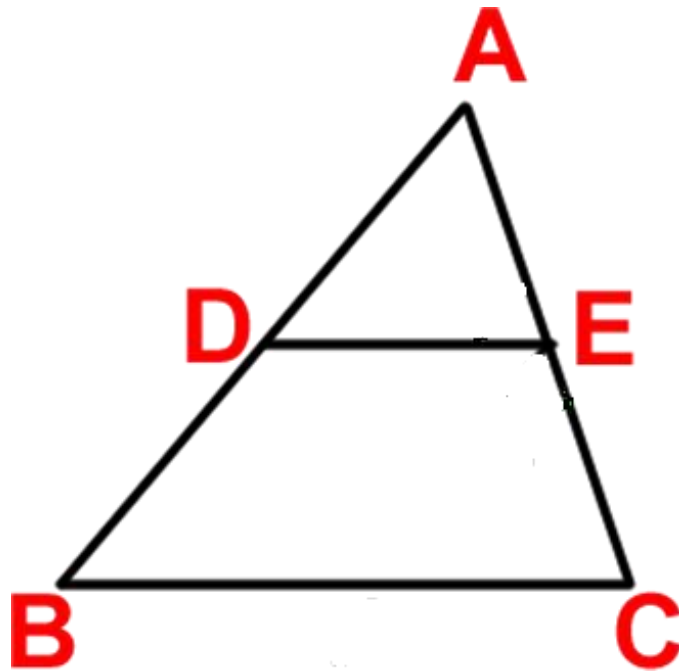
即： $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 中，
 $\angle A = \angle A, \angle ADE = \angle B, \angle AED = \angle C.$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$



平行于三角形一边的直线和其他两边相交，所构成的三角形与原三角形相似。

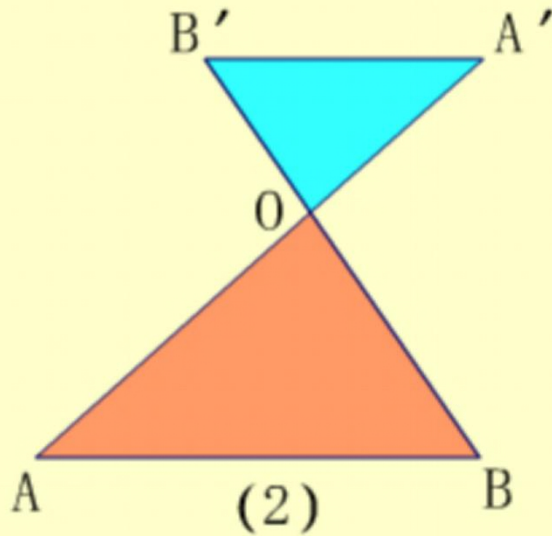
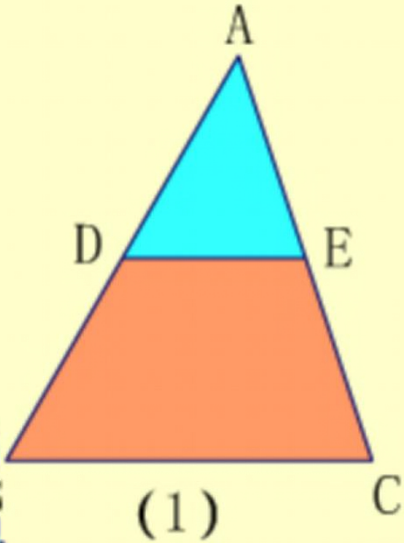


2. 已知：如图，

(1) $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ ，其中 $DE \parallel BC$ ；

(2) $\triangle OAB \sim \triangle OA'B'$ ，其中 $A'B' \parallel AB$ ；

请写出它们的对应边的比例式



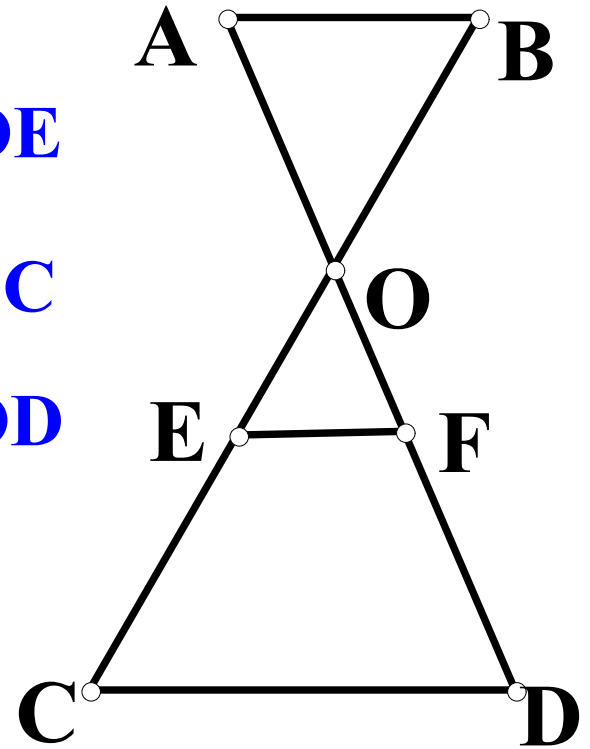
已知：如图， $AB \parallel EF \parallel CD$ ，

图中共有 3 对相似三角形。

$AB \parallel EF \Rightarrow \triangle AOB \sim \triangle FOE$

$AB \parallel CD \Rightarrow \triangle AOB \sim \triangle DOC$

$EF \parallel CD \Rightarrow \triangle EOF \sim \triangle COD$



运用4

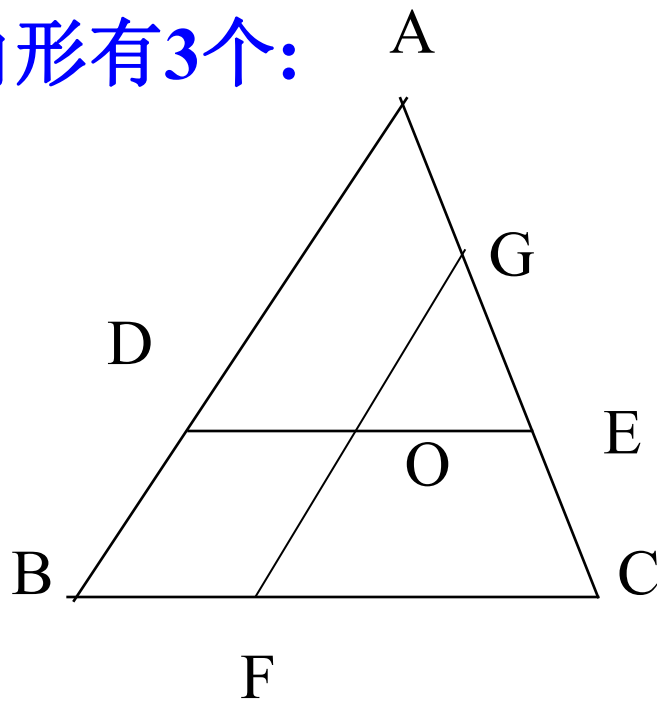
◆ 如图， $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ， $GF \parallel AB$ ， DE 、 GF 交于点 O ，则图中与 $\triangle ABC$ 相似的三角形共有多少个？请你写出来。

解：与 $\triangle ABC$ 相似的三角形有3个：

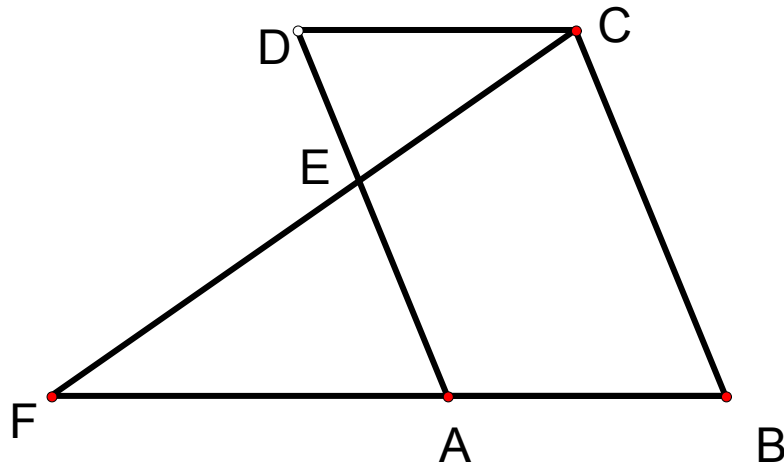
$\triangle ADE$

$\triangle GFC$

$\triangle GOE$



如图在平行四边形**ABCD**中，**E**为**AD**上一点，
连结**CE**并延长交**BA**的延长线于点**F**，
请找出相似的三角形并表示出来。



如图,已知 $DE \parallel BC$, $AE=50\text{cm}$, $EC=30\text{cm}$, $BC=70\text{cm}$,
 $\angle BAC=45^\circ$, $\angle ACB=40^\circ$.

(1)求 $\angle AED$ 和 $\angle ADE$ 的大小;(2)求 DE 的长.

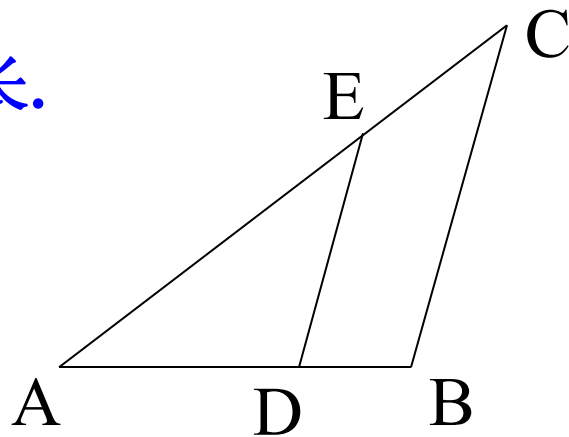
解: (1) $\because DE \parallel BC$
 $\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$
 $\therefore \angle AED = \angle C = 40^\circ$.

在 $\triangle ADE$ 中, $\angle ADE = 180^\circ - 40^\circ - 45^\circ = 95^\circ$.

(2) $\because \triangle ADE \sim \triangle ABC$

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}, \text{即} \frac{50}{50+30} = \frac{DE}{70}.$$

$$\text{所以, } DE = \frac{50 \times 70}{50 + 30} = 43.75(\text{cm}).$$



如图，在 $\triangle ABC$ 中， $DG \parallel EH \parallel FI \parallel BC$ ，

(1) 请找出图中所有的相似三角形；

$$\triangle ADG \sim \triangle AEH \sim \triangle AFI \sim \triangle ABC$$

(2) 如果 $AD=1$ ， $DB=3$ ，那么 $DG:BC=\underline{1:4}$ 。

