

第十三章 全等三角形

13.1 命题与证明

导入新课



讲授新课



当堂练习



课堂小结



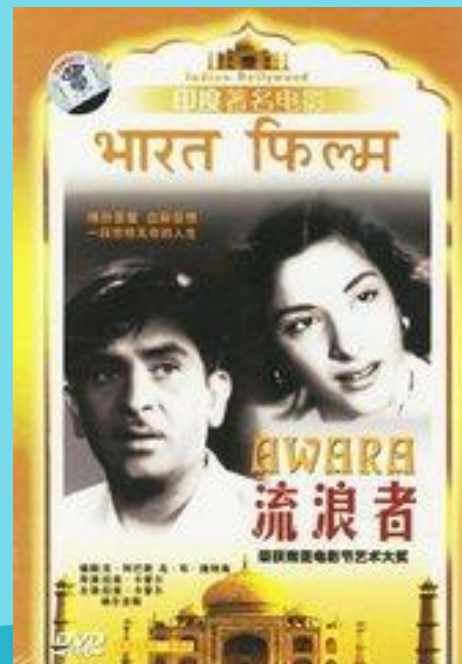
学习目标

- 1.理解逆命题和逆定理的概念，能写出一个命题的逆命题，并会识别互逆命题.（难点）
- 2.了解证明的含义，通过具体例子掌握证明的步骤和书写的格式.
- 3.理能够判定一个命题的真假，并能进行说明，能够判定一个命题是否存在逆命题.（重点）

情景引入

印度上流社会中很有名望的大法官拉贡纳特信奉的是这样一种哲学：“好人的儿子一定是好人；贼的儿子一定是贼。”这种以血缘关系来判断一个人德行的谬论害了不少好人。

推论要有依据，没有正确依据的推论，得出的结论是不可靠的，甚至是错误的。





真命题与假命题

想一想 材料中提到的命题是否正确？

好人的儿子一定是好人；贼的儿子一定是贼。

◆真命题与假命题的定义

正确的命题称为真命题，错误的命题称为假命题.

注意

(1) 要说明一个命题是真命题，可以用逻辑推理的方法加以论证.

(2) 要说明一个命题是假命题，只要举出一个例子，符合该命题给出的条件，但是不符合该命题的结论，那么这个命题就是假命题.

典例精析

例1 下判断下列命题是真命题还是假命题：

- (1) 一个角的补角只有一个； **假命题**
- (2) 两个邻补角的平分线互相垂直； **真命题**
- (3) 如果 $a^2=b^2$ ，那么 $a=b$ ； **假命题**
- (4) 互为余角的两个角都是锐角. **真命题**

提示 判断真假命题时要注意与前面学习过的有关公理、定理相比较，看看它们的条件和结论是否一致，如果一致就是真命题，如果不一致就是假命题.

互逆命题（定理）

观察与思考

对于平行线，我们知道：

两条直线被第三条直线所截，

如果同位角相等，那么这两条直线平行.

条件

结论

两条直线被第三条直线所截，

如果两条直线平行，那么同位角相等.

条件

结论

想一想 在这两个命题中，其中一个命题的条件和结论，与另一个命题的条件和结论有怎样的关系？

◆互逆命题

像这样，一个命题的条件和结论分别为另一个命题的结论和条件的两个命题，称为**互逆命题**。

◆逆命题

在两个互逆的命题中，如果我们将其中一个命题称为原命题，那么另一个命题就是这个原命题的**逆命题**。

证明与举反例

◆ 证明

要说明一个命题是真命题，则要从命题的角度出发，根据已学过的基本事实、定义、性质和定理等，进行有理有据的推理. 这种推理的过程叫做**证明**.

典例精析

例2 证明：平行于同一条直线的两条直线平行.

已知：如图，直线 a ， b ， c ， $a \parallel c$ ， $b \parallel c$.

求证： $a \parallel b$.

证明：如图，作直线 d ，分别于直线 a ， b ， c 相交.

$\because a \parallel c$ （已知），

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ （两直线平行，同位角相等）

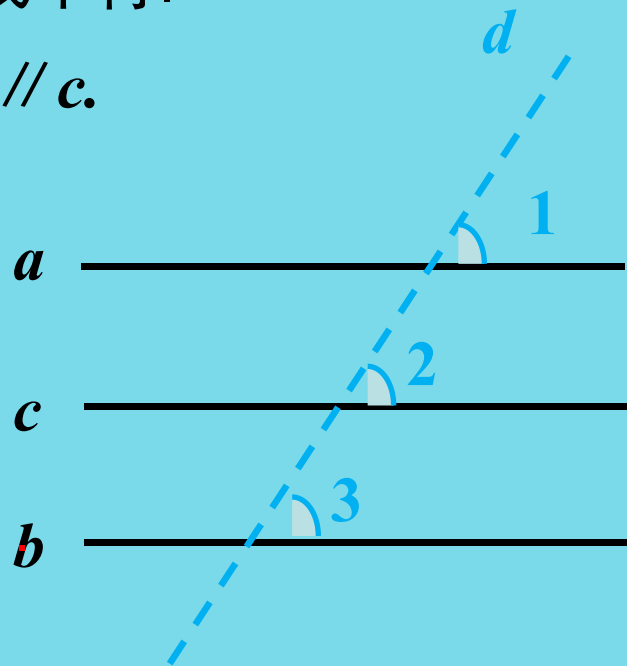
$\because b \parallel c$ （已知），

$\therefore \angle 2 = \angle 3$ （两直线平行，同位角相等）.

$\therefore \angle 1 = \angle 3$ （等量代换）.

$\therefore a \parallel b$ （同位角相等，两直线平行）.

即平行于同一条直线的两条直线平行.



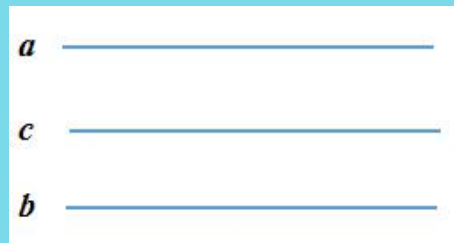
像这样用文字叙述的命题的证明，应当按照下列步骤进行：

第一步，依据题意画图，将文字语言转换为符号（图形）语言.

第二步，根据图形写出已知、求证.

已知：如图，直线 $a, b, c, a \parallel c, b \parallel c$.

求证： $a \parallel b$.



第三步，根据基本事实、已有定理间证明.

证明：如图，作直线 d ，分别于直线 a, b, c 相交.

$\because a \parallel c$ （已知），

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ （两直线平行，同位角相等）

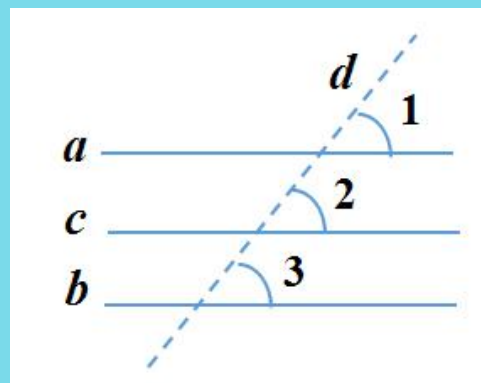
$\because b \parallel c$ （已知），

$\therefore \angle 2 = \angle 3$ （两直线平行，同位角相等）

$\therefore \angle 1 = \angle 3$ （等量代换）.

$\therefore a \parallel b$ （同位角相等，两直线平行）.

即平行于同一条直线的两条直线平行.



◆举反例

要说明一个命题是假命题，只要举出一个反例即可.

练一练

判断下列命题是真命题还是假命题，若是假命题请举一个反例加以说明.

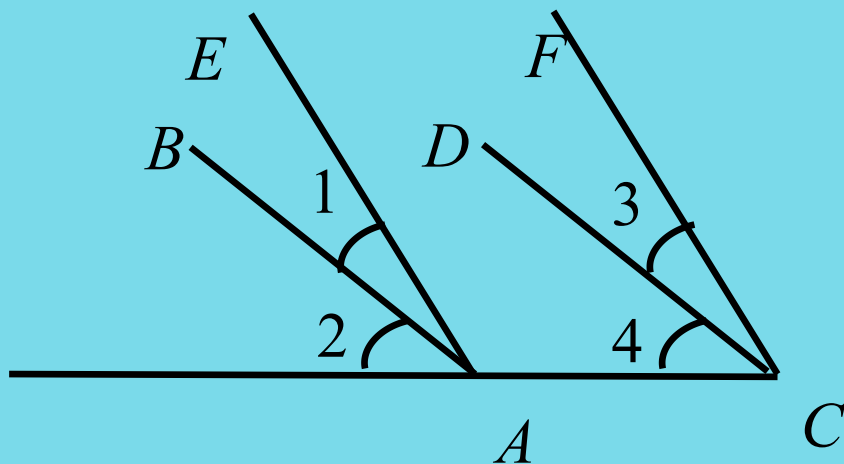
(1)两个角的和是 180° ，则这两个角是邻补角；

(1)假命题. 例如：两条直线平行，同旁内角的和为 180° ，但它们不是邻补角.

(2)一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形；

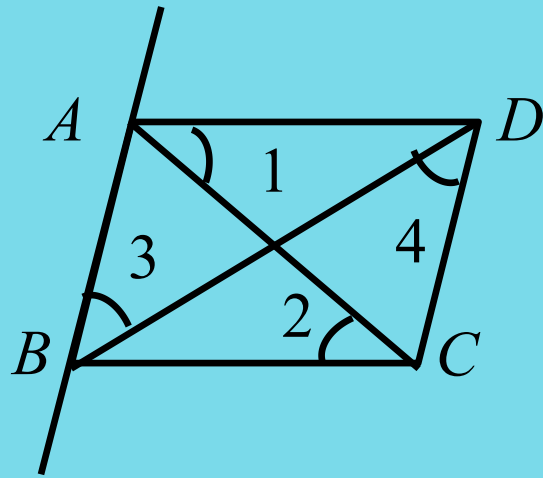
(2)假命题. 例如：等腰梯形中，两底互相平行，两腰相等，但它不是平行四边形.

1. 如图所示，下面证明正确的是 (B)



- A. 因为 $AB \parallel CD$ ，所以 $\angle 1 = \angle 3$
- B. 因为 $\angle 2 = \angle 4$ ，所以 $AB \parallel CD$
- C. 因为 $AE \parallel CF$ ，所以 $\angle 2 = \angle 4$
- D. 因为 $\angle 1 = \angle 4$ ，所以 $AE \parallel CD$

2.如图所示，完成下列证明过程.



① $\because \angle 1 = \angle 2$ (已知), \therefore AD \parallel BC
(内错角相等, 两直线平行).

② $\because \angle 3 = \angle 4$ (已知), \therefore AB \parallel CD
(内错角相等, 两直线平行).

③ \because $\angle ABC$ + $\angle BCD$ = 180° , \therefore AB \parallel CD.

3.请你写出下列命题的逆命题. 并判断真假性, 若是假命题, 请举出一个反例.

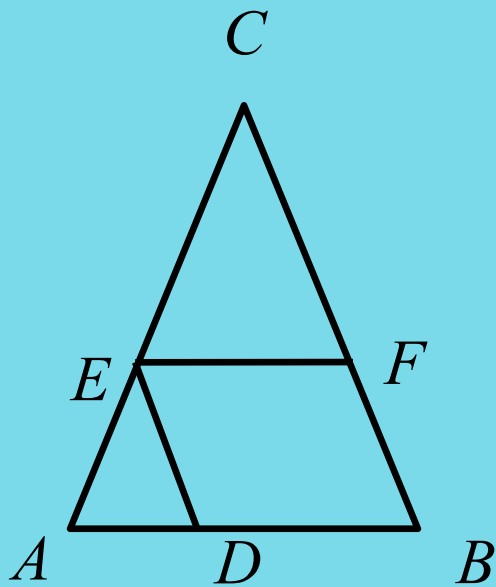
(1)如果 a 能被4整除, 那么 a 一定是偶数;

如果 a 是偶数, 那么 a 能被4整除. 假命题. 反例: 如 $a=2$ 是偶数, 但2不能被4整除.

(2)若 $|a|=|b|$, 则 $a=b$.

若 $a=b$, 则 $|a|=|b|$.真命题.

4.如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, D, E, F 分别为 AB, AC, BC 上的点, 且 $DE \parallel BC, EF \parallel AB$. 求证: $\angle ADE = \angle EFC$.



证明: $\because DE \parallel BC$ (已知),

$\therefore \angle ADE = \angle B$ (两直线平行, 同位角相等).

又 $\because EF \parallel AB$ (已知),

$\therefore \angle EFC = \angle B$ (两直线平行, 同位角相等).

$\therefore \angle ADE = \angle EFC$ (等量代换).

◆真命题与假命题的定义

正确的命题称为真命题，错误的命题称为假命题.

◆互逆命题

像这样，一个命题的条件和结论分别为另一个命题的结论和条件的两个命题，称为**互逆命题**.

◆逆命题

在两个互逆的命题中，如果我们将其中一个命题称为原命题，那么另一个命题就是这个原命题的**逆命题**.

◆证明

要说明一个命题是真命题，则要从命题的角度出发，根据已学过的基本事实、定义、性质和定理等，进行有理有据的推理. 这种推理的过程叫做**证明**.

◆举反例

要说明一个命题是假命题，只要举出一个反例即可.

见《学练优》本课时练习