

八年级数学·上 新课标 [冀教]

第十三章 全等三角形

13.3 全等三角形的判定 (1)

学习新知

检测反馈

【提出问题】

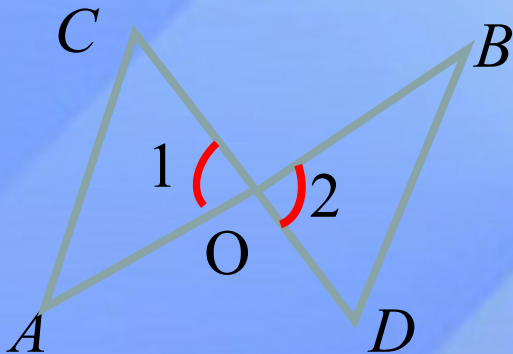
(1) 全等三角形_____相等，_____相等.

(2) 全等三角形有哪些性质？如图甲所示已知

$\triangle AOC \cong \triangle BOD$ ，则 $\angle A = \angle B$ ， $\angle C =$

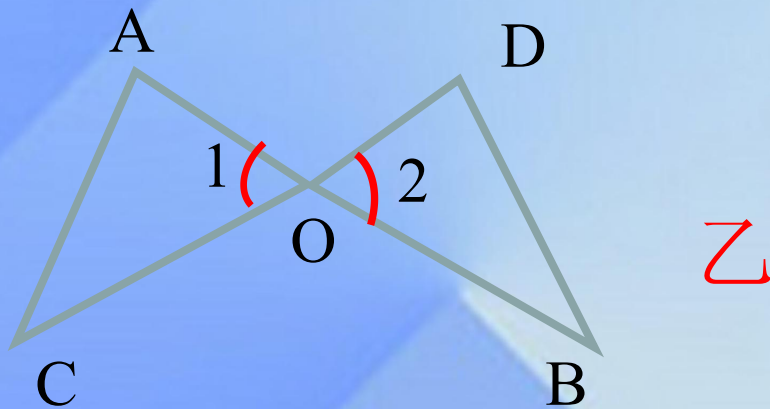
____， _____ = $\angle 2$ ， 对应边 $AC =$ _____，

$= OB$ ， _____ = OD .

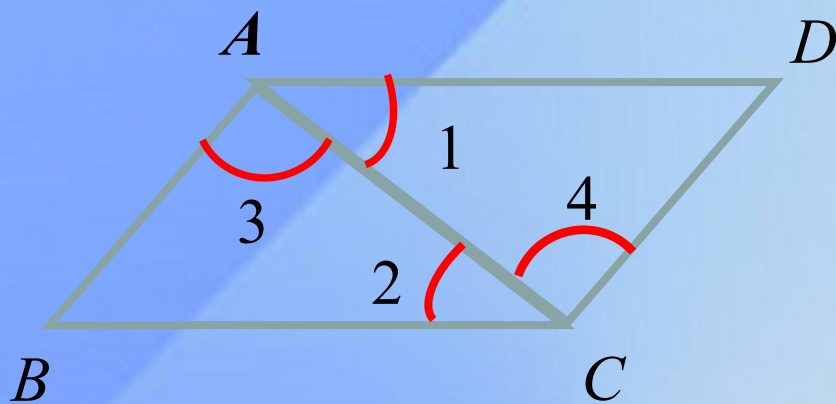


甲

(3)如图乙所示, 已知 $\triangle AOC \cong \triangle DOB$, 则
 $\angle A = \angle D$, $\angle C =$ _____, _____ = $\angle 2$,
对应边 $AC =$ _____, $OC =$ _____, $AO =$
_____.



(4)如图丙所示, 已知 $\angle B = \angle D$, $\angle 1 = \angle 2$,
 $\angle 3 = \angle 4$, $AB = CD$, $AD = CB$, 则 \triangle
 $\cong \triangle$ _____.



丙

(5)判定两个三角形全等，依定义必须满足()

A.三边对应相等

B.三角对应相等

C.三边对应相等和三角对应相等

D.不能确定

学习新知

先任意画出一个 $\triangle ABC$ ，再画一个 $\triangle A'B'C'$ ，使 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 满足上述六个条件中的一个或两个，你画出的 $\triangle A'B'C'$ 与 $\triangle ABC$ 一定全等吗？

- (1) 三角形的两个角分别是 30° ， 50° 。
- (2) 三角形的两条边分别是4 cm，6 cm。
- (3) 三角形的一个角为 30° ，一条边为3 cm。

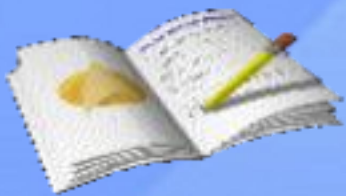
只给出一个或两个条件时，都不能保证所画出的三角形一定全等。

已知 $\triangle ABC$ ，再任意画出一个 $\triangle A'B'C'$ ，使
 $A'B'=AB$ ， $B'C'=BC$ ， $C'A'=CA$ 。把画好的
 $\triangle A'B'C'$ 剪下，放到 $\triangle ABC$ 上，它们全等吗？

三边分别相等的两个三角形全等.

应用时的简写方法：“边边边”或“SSS”.

先任意画出一个 $\triangle ABC$ ，再画一个 $\triangle A'B'C'$ ，使 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 满足上述六个条件中的一个或两个。你画出的 $\triangle A'B'C'$ 与 $\triangle ABC$ 一定全等吗？



议一议



小组讨论下面问题：

(1)在两个三角形中，有一个角对应相等，或一条边对应相等，这两个三角形是否一定全等？有两个角对应相等，或两条边对应相等，或一个角和一条边分别对应相等，情况怎样？有三个角对应相等的情况呢？

(2)用来判断两个三角形全等的条件，只有以下三种情况才有可能：三条边对应相等，或两条边和一个角分别对应相等，或两个角和一条边分别对应相等。你认为这些说法对吗？

通过画图可以发现，满足上述六个条件中的一个或两个， $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 不一定全等。满足上述六个条件中的三个，能保证 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 全等吗？


分小组活动：

(1)用一根长13 cm的细铁丝，折成一个边长分别是3 cm，4 cm，6 cm的三角形。把你做的三角形和同学做的三角形进行比较，它们能重合吗？

(2)和同学一起每人用一根13 cm长的细铁丝，余下1 cm，用其余部分折成一个边长分别是3 cm，4 cm，5 cm的三角形，再和同学做的三角形进行比较，它们能重合吗？

(3)每人用一根细铁丝，任取一组能构成三角形的三边长的数据，和同桌分别按这些数据折三角形，折成的两个三角形能重合吗？

(4)先任意画出一个 $\triangle ABC$ ，再画一个 $\triangle A'B'C'$ ，使 $A'B'=AB$ ， $B'C'=BC$ ， $C'A'=CA$ 。把画好的 $\triangle A'B'C'$ 剪下，放到 $\triangle ABC$ 上，它们全等吗？

文字	符号	图形
三边对应相等的两个三角形全等	如果 $AB=A'B'$, $BC=B'C'$, $AC=A'C'$, 那么 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$	<div style="text-align: center;"> A B C A'  B' C' </div>

将三根木条钉成一个三角形框架，在拉动时，这个三角形框架的形状、大小就不变了。就是说，三角形的三边确定了，这个三角形的形状、大小也就确定了。这里就用到了上面的结论。

用上面的结论可以判断两个三角形全等。

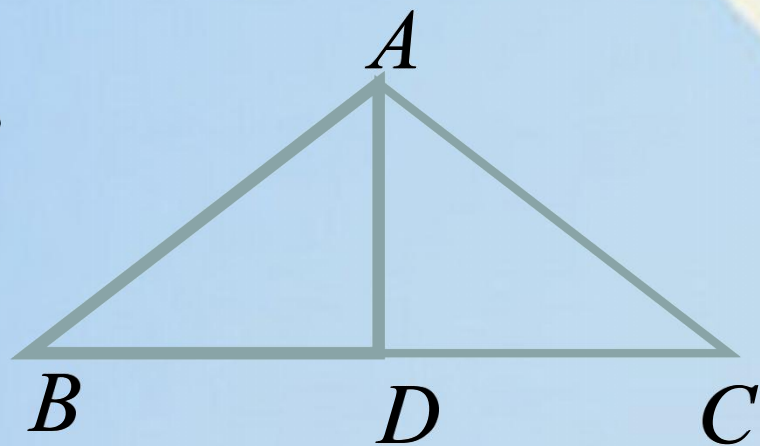
判断两个三角形全等的推理过程，叫做证明三角形全等。

用四根木条钉成四边形框架时，在拉动时，它的形状会改变，所以四边形具有不稳定性。

例题讲解

如图所示， $\triangle ABC$ 是一个钢架， $AB=AC$ ， AD 是连接点 A 与 BC 中点 D 的支架。

求证 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ 。



证明： $\because D$ 是 BC 的中点，

$\therefore BD=CD$ 。

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中，

$$AB=AC,$$

$$BD=CD,$$

$$AD=AD.$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ (SSS).

知识拓展

(1)有的题目可以直接从图中找到全等的条件，而有的题目的条件则隐含在题设或图形之中，所以一定要认真读图，准确把握题意，找准所需的条件.

(2)数形结合思想：将“数”与“形”结合起来进行分析、研究,这是解决问题的一种思想方法.

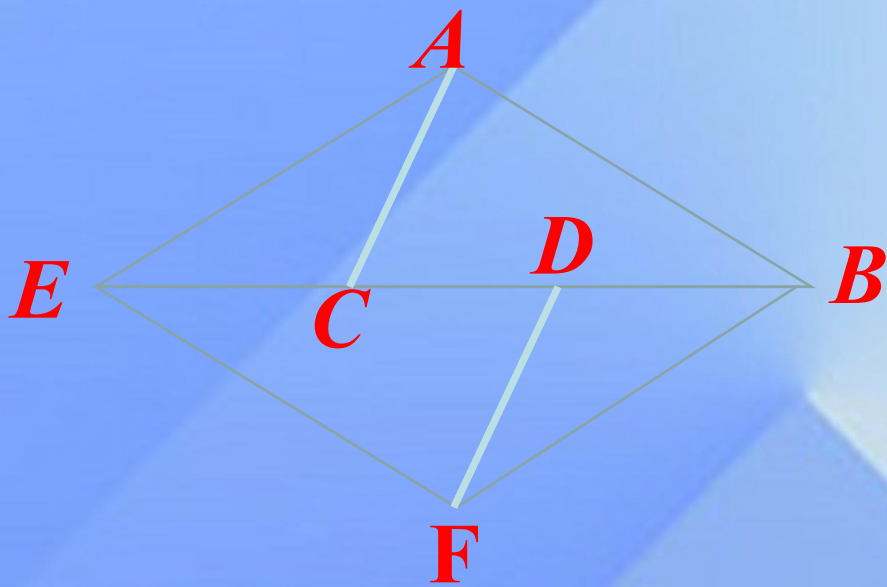
课堂小结

两个三角形如果三边对应相等，那么这两个三角形全等，称为“边边边”基本事实，从而可知三角形具有稳定性这一性质。

利用两三角形全等，可进行一些相关的计算和证明。

检测反馈

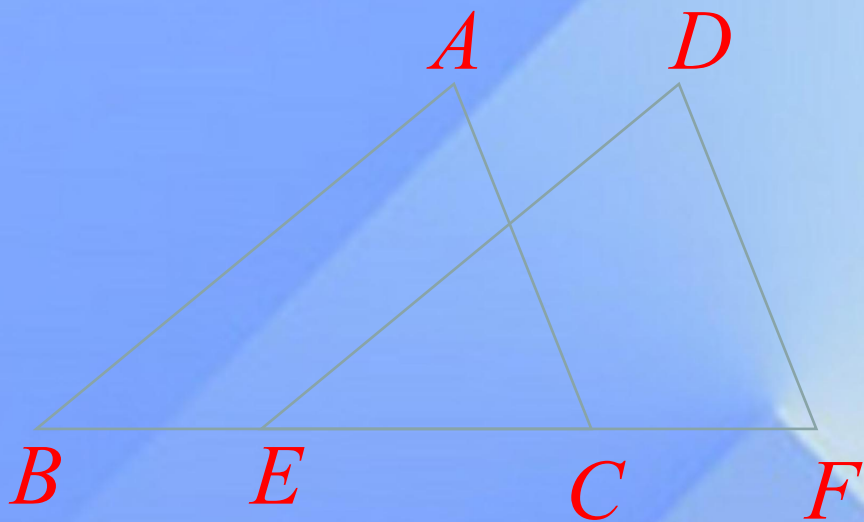
1. 如图所示, B, D, C, E 在一条直线上, 且 $BC=DE, AC=FD, AE=FB$, 则 $BD=$ EC , $\triangle ACE \cong$ $\triangle FDB$, 理由是 SSS .



解析:

$\because BC=BD+CD, DE=EC+CD, BC=DE, \therefore BD=EC.$
又 $\because AC=FD, AE=FB,$
 $\therefore \triangle ACE \cong \triangle FDB(SSS).$

2.如图所示, 点 B, E, C, F 在一条直线上,
 $AB=DE, BE=CF$, 请添加一个条件: $AC=DF$,
使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SSS).



解析:添加

$AC=DF$. $\because BE=CF, \therefore BC=EF$,

\therefore 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中,

$$\begin{cases} AB = DE, \\ BC = EF, \\ AC = DF. \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SSS). 故填
 $AC=DF$.

3.如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $BE=CE$, 则由“SSS”可以判定 ③ .(填序号)

① $\triangle ABD \cong \triangle ACD$;

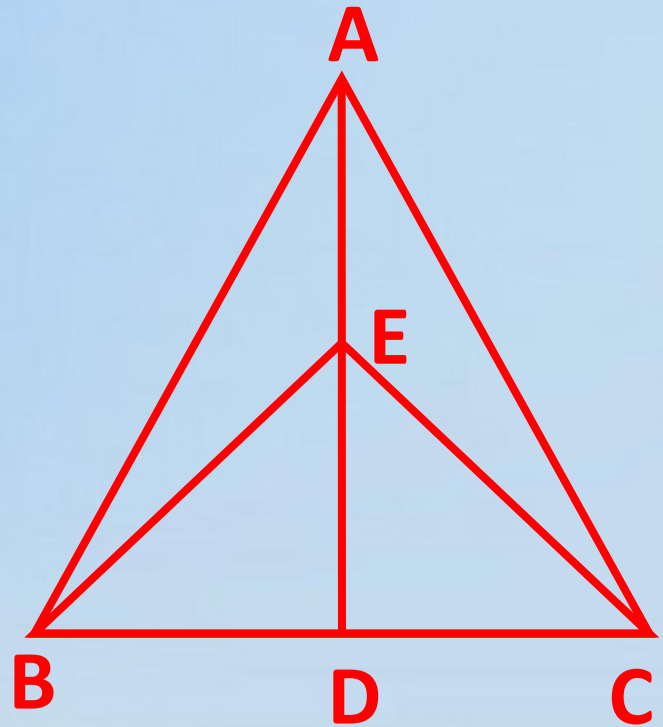
② $\triangle BDE \cong \triangle CDE$;

③ $\triangle ABE \cong \triangle ACE$.

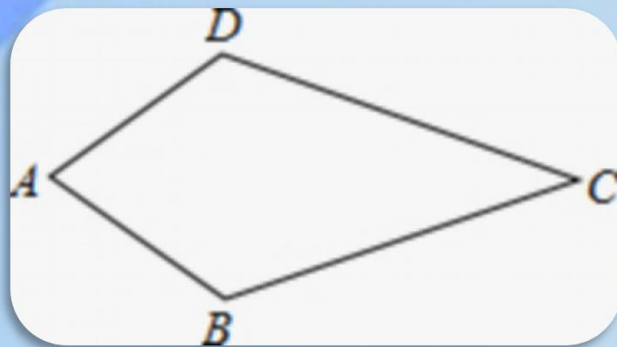
解析: AE 为 $\triangle ABE$ 与 $\triangle ACE$ 的公共边,

$\because AB=AC, BE=CE, AE=AE,$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACE$. 故填③.



4.如图所示, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB=AD$,
 $CB=CD$.求证 $\angle B=\angle D$.



证明: 连接 AC , 在
 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADC$ 中,

$$\begin{aligned} AB &= AD, \\ CB &= CD, \\ AC &= AC, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle ABC &\cong \triangle ADC, \\ \therefore \angle B &= \angle D. \end{aligned}$$

解析:先连接 AC , 由于
 $AB=AD$, $CB=CD$, $AC=AC$, \therefore 可
利用“SSS”证明
 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$, $\therefore \angle B = \angle D$.