

第十七章 特殊三角形

17.4 直角三角形全等的判定

导入新课



讲授新课



当堂练习



课堂小结



学习目标

- 1.掌握直角三角形全等的特殊方法“HL”，并能熟练地选择判定方法判定两个直角三角形全等.（难点）
- 2.掌握角平分线性质定理的逆定理，能够综合“HL”解决问题.（重点）

复习引入

1.全等三角形的性质：

对应角相等，对应边相等.

2.判别两个三角形全等的方法：

SSS

SAS

ASA

AAS

用“HL”判定三角形全等

在一个三角形中，由勾股定理可知：**如果两条边确定，那么第三条也随之确定**。由此可以得出直角三角形的新的判定方法。

我们已经知道，三边对应相等的两个三角形全等。由勾股定理可知：**两边对应相等的两个直角三角形，其第三条也一定相等**。

因此，**斜边和第三边对应相等的两个直角三角形全等**。

证明过程如下：

已知：如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中， $\angle C=\angle C'=90^\circ$ ， $AB=A'B'$ ， $AC=A'C'$ 。

求证： $\triangle ABC\cong\triangle A'B'C'$ 。

证明：在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中，

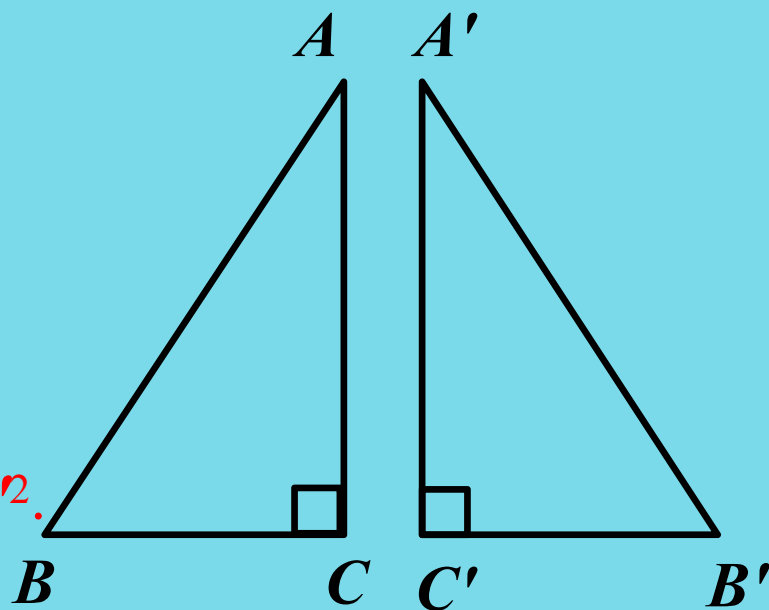
$$\because \angle C=\angle C'=90^\circ,$$

$$\therefore BC^2=AB^2-AC^2, B'C'^2=A'B'^2-A'C'^2.$$

$$\because AB=A'B', AC=A'C',$$

$$\therefore BC=B'C'.$$

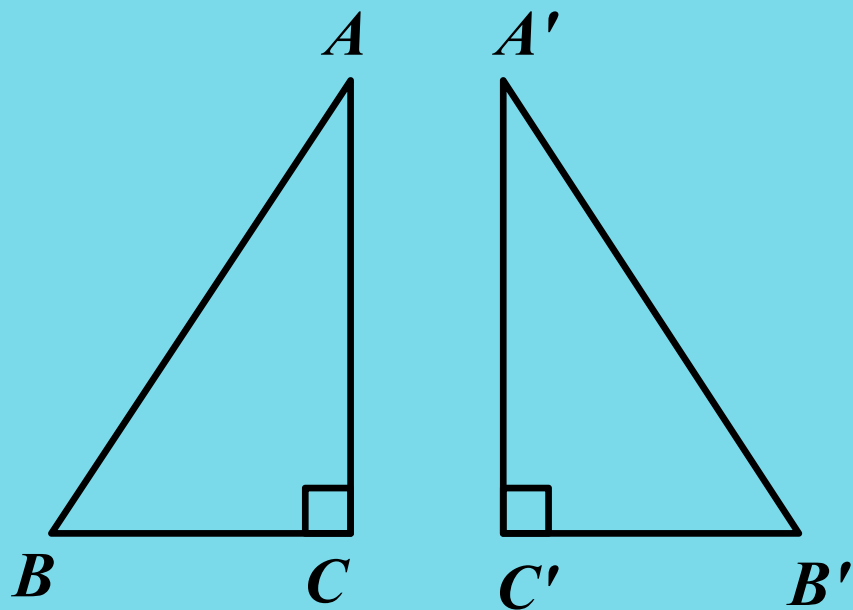
$$\therefore \triangle ABC\cong\triangle A'B'C'(\text{SSS}).$$



知识要点

◆ 直角三角形全等的判定定理

斜边和直角边对应相等的两个直角三角形全等.



典例精析

例1 如图, $AC \perp BC$, $BD \perp AD$, $AC = BD$, 求证: $BC = AD$.

应用“HL”的前提条件是在直角三角形中.

证明: $\because AC \perp BC, BD \perp AD,$
 $\therefore \angle C$ 与 $\angle D$ 都是直角.

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle BAD$ 中,

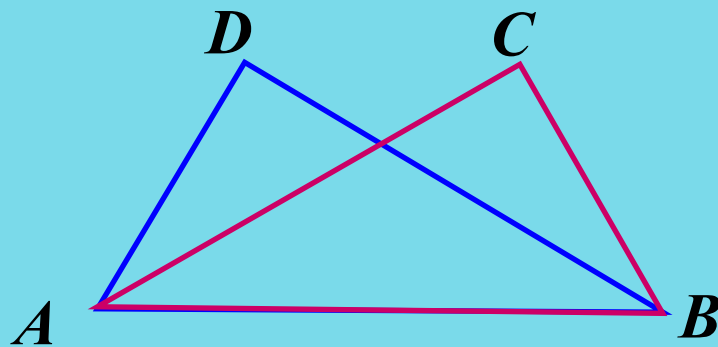
$$\begin{cases} AB=BA, \\ AC=BD. \end{cases}$$

这是应用“HL”判定方法的书写格式.

$\therefore \text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle BAD$ (HL).

$\therefore BC = AD$ (全等三角形的对应边相等).

利用全等证明两条线段相等, 这是常见的思路.



典例精析

例2 已知：如图，点 P 在 $\angle AOB$ 的内部， $PC \perp OA$ ， $PD \perp OB$ ，垂足分别为 C ， D ， $PC=PD$ 。

求证：点 P 在 $\angle AOB$ 的平分线上。

证明：如图作射线 OP ， $\because PC \perp OA$ ， $PD \perp OB$ ， $\therefore \angle PCO = \angle PDO = 90^\circ$ 。

在 $\triangle OPC$ 和 $\triangle OPD$ 中，

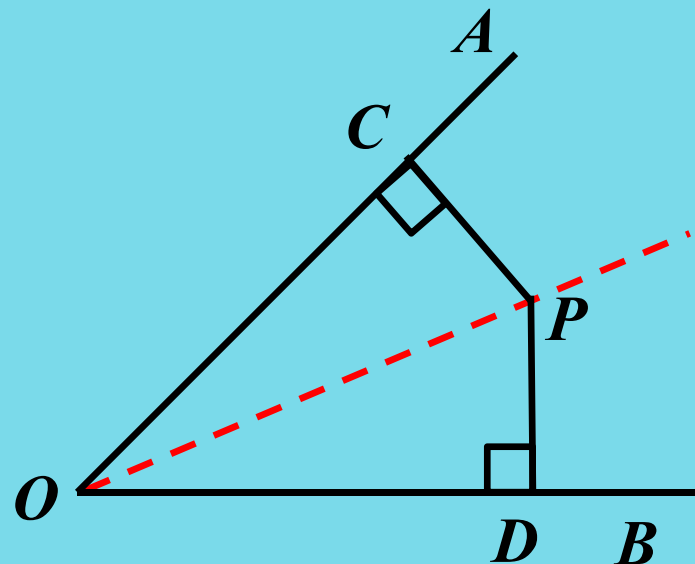
$$PC=PD,$$

\therefore

$$OP=OP \text{ (公共边),}$$

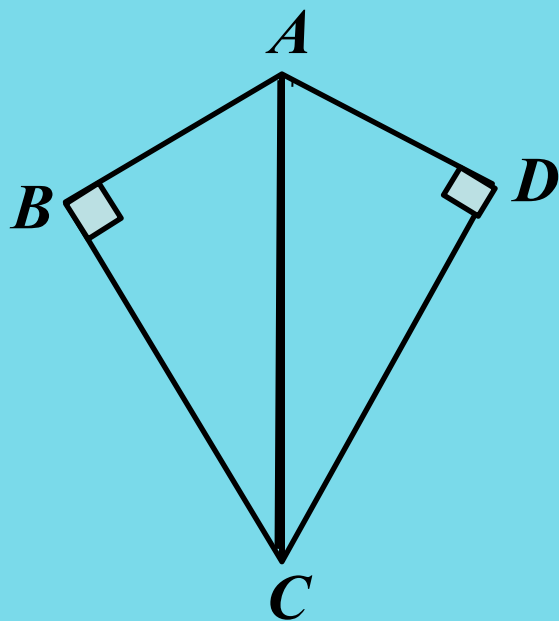
$$\therefore \text{Rt}\triangle OPC \cong \text{Rt}\triangle OPD \text{ (HL).}$$

$$\therefore \angle POA = \angle POB, \therefore \text{点} P \text{在} \angle AOB \text{的平分线上.}$$



当堂练习

1. 如图， $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ，要证明 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADC$ 全等，还需要补充的条件是_____（写出一个即可）。



答案： $AB=AD$ 或 $BC=DC$ 或
 $\angle BAC = \angle DAC$ 或 $\angle ACB = \angle ACD$.

注意

一定要注意直角三角形不是只能用HL证明全等，但HL只能用于证明直角三角形的全等。

2.如图 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $BD \perp AC$, $CE \perp AB$, $BD=CE$.求
证: $\triangle EBC \cong \triangle DCB$.

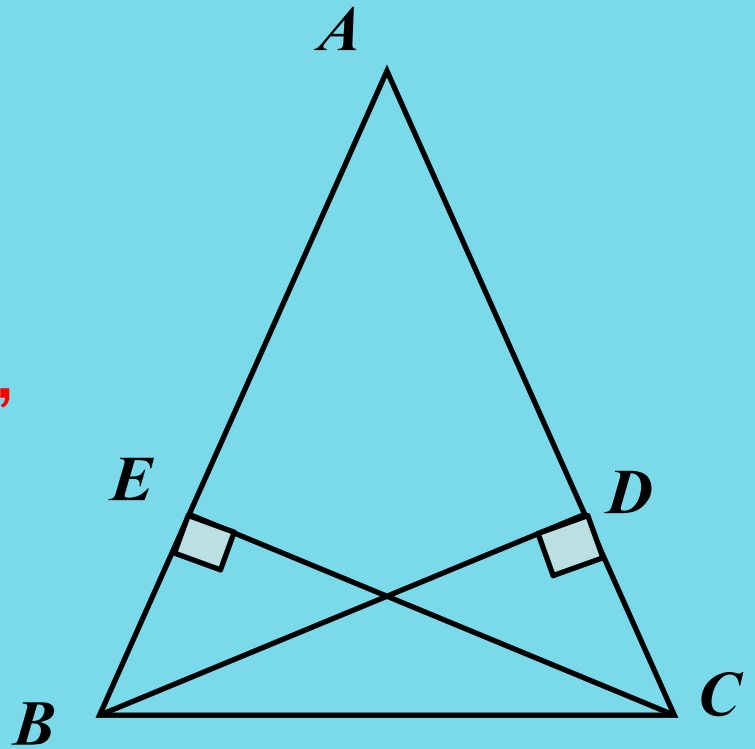
证明: $\because BD \perp AC, CE \perp AB,$

$\therefore \angle BEC = \angle BDC = 90^\circ .$

在 $\text{Rt}\triangle EBC$ 和 $\text{Rt}\triangle DCB$ 中,

$$\begin{cases} CE=BD, \\ BC=CB. \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle EBC \cong \text{Rt}\triangle DCB$ (HL).



3.如图, $AB=CD$, $BF \perp AC$, $DE \perp AC$, $AE=CF$. 求证: $BF=DE$.

证明: $\because BF \perp AC, DE \perp AC,$

$\therefore \angle BFA = \angle DEC = 90^\circ.$

$\because AE = CF, \therefore AE + EF = CF + EF.$

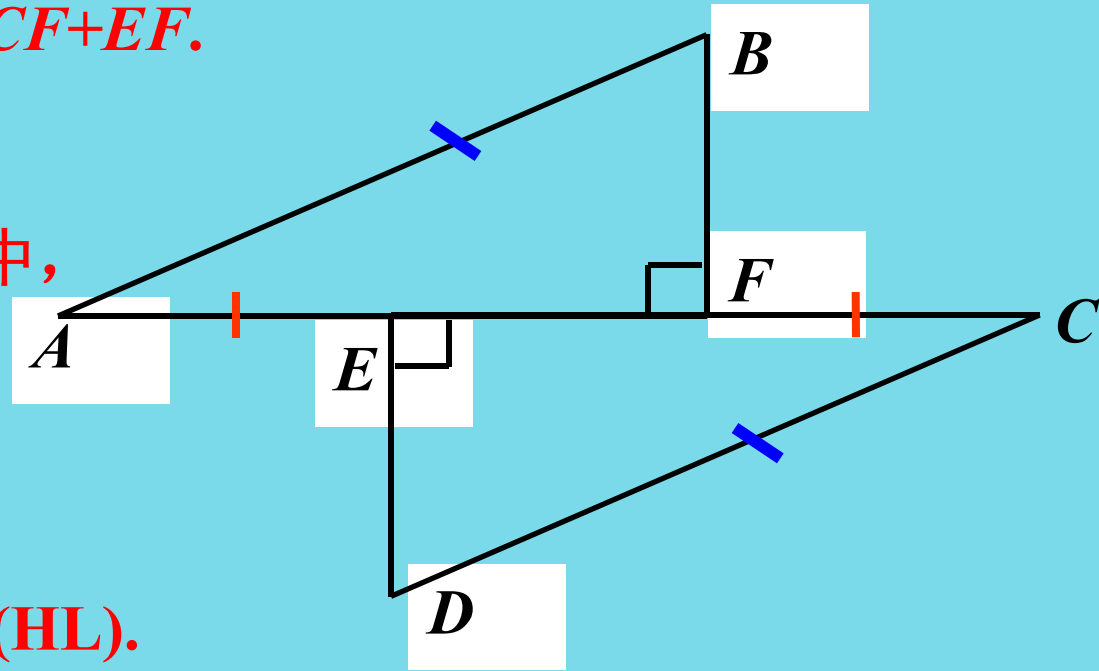
即 $AF = CE.$

在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 和 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中,

$$\begin{cases} AB=CD, \\ AF=CE. \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ABF \cong \text{Rt}\triangle CDE (\text{HL}).$

$\therefore BF = DE.$



内 容

斜边和一条直角边对应相等
的两个直角三角形全等.

前 提
条 件

在直角三角形中

直角三
角形全
等的证
明 (HL)

使用 方法

只须找除直角外的两个条件即可
(两个条件中至少有一个条件是一对对应边相等)

见《学练优》本课时练习