

第二十章 函数

20.2 函数

导入新课

讲授新课

当堂练习

课堂小结



学习目标

- 1.了解函数的概念，能举出现实中具有函数关系的实例.
- 2.能确定简单的整式、分式及实际问题中函数自变量的取值范围，会求函数的值.（重点、难点）

情境引入

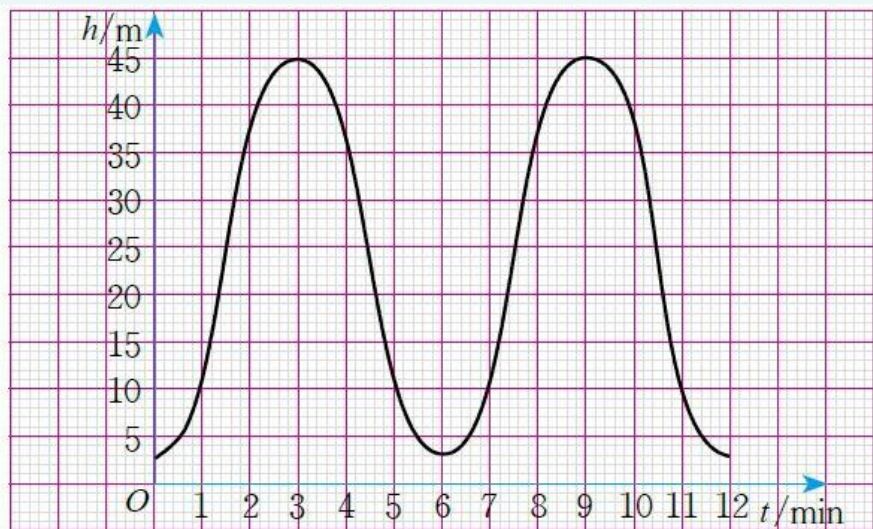
想一想，如果你坐在摩天轮上，随着时间的变化，你离开地面的高度是否会发生变化？



函数的概念

合作探究

问题1. 下图反映了摩天轮上的一点的高度 h (m)与旋转时间 t (min) 之间的关系.



(1) 根据左图填表:

$t/\text{分}$	0	1	2	3	4	5	...
$h/\text{米}$	3	10	37	45	37	11	...

(2) 对于给定的时间 t ，相应的高度 h 能确定吗？

问题2. 当正方形的边长 a 分别取1, 2, 3, 4, 5, ... 时, 正方形的面积 S 分别是多少? 试填写下表:

边长 a	1	2	3	4	5	6	7	...
面积 S	1	4	9	16	25	36	49	...

正方形的面积随着它的 边长 的变化而变化.

问题3.某城市居民用的天然气， 1m^3 收费2.88元.请写出应缴纳的费用 y （元）与天然气的使用量 x (m^3)之间的关系式.

任意给定一个 x 的值， y 的值能否唯一确定？例如， $x=20$ 时， $y=?$ $x=100$ 呢？

知识要点

在某个变化过程中，有两个变量 x 和 y .如果给定 x 的一个值，就能相应地确定 y 的一个值，那么，就称 y 是 x 的函数(或者说 y 与 x 具有函数关系).其中， x 叫做自变量.

说一说

1.如果 y 是 x 的函数，那么哪个量是自变量，哪个量是自变量的函数？

2.分别说出问题1,2,3中的自变量及自变量的函数.

典例精析

例1. 写出下列各问题的关系式，并判断各个量之间是否具有函数关系.

(1) 运动员在200米一圈的跑道上训练，他跑一圈所用的时间 t （秒）与跑步的速度 v (米/秒)的关系式；

(2) 用10 m 长的绳子围成一个长方形，长方形的长 a (m)与宽 b (m)之间的关系式.

解： (1) $t = \frac{200}{v}$ ， t 是 v 的函数，其中， v 是自变量；

(2) $a = 5 - b$ ， a 是 b 的函数，其中， b 是自变量.

观察与思考

1.如图是体检时的心电图，其中横坐标 x 表示时间，纵坐标 y 表示心脏某部位的生物电流，它们是两个变量，其中 y 是 x 的函数吗？



是

2.下面表给出了近几次我国的人口普查数据，表中反映的两个量之间是否具有函数关系？

年份	人口数（亿）
1984	10.34
1989	11.06
1994	11.76
1999	12.52
2011	13.40

是

归纳总结

判断 y 是 x 的函数，要抓住三个点：(1)在同一个变化过程中；(2)有两个变量；(3)本质上是一种对应关系，即给定一个 x 的值，能确定唯一一个 y 值.

自变量的取值范围

想一想：下列函数中自变量 x 的取值范围是什么？

$$(1)y=3x+1$$

x 取全体实数

$$(2)y=\frac{1}{x+2}$$

$$x+2 \neq 0 \quad x \neq -2$$

使函数有意义的自变量的全体.

$$(3)y=\sqrt{x-5}$$

$$x-5 \geq 0 \quad x \geq 5$$

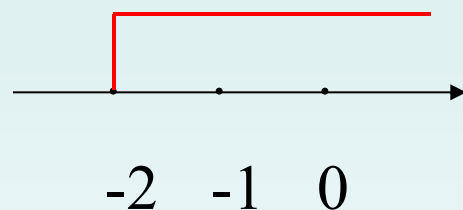
$$(4)y=\sqrt[3]{2x+1}$$

x 取全体实数

$$(5)y=\frac{\sqrt{x+2}}{x+1}$$

$$x \geq -2 \text{ 且 } x \neq -1$$

$$\begin{cases} x+1 \neq 0 \\ x+2 \geq 0 \end{cases} \quad \text{即} \quad \begin{cases} x \neq -1 \\ x \geq -2 \end{cases}$$



归纳总结

求函数自变量的取值范围时，需要考虑：

① 函数表达式有意义

1. 表达式是整式时，自变量取全体实数；
2. 表达式是分式时，自变量的取值要使分母不为0；
3. 表达式是偶次根式时，自变量的取值必须使被开方数为非负数. 表达式是奇次根式时，自变量取全体实数；
4. 表达式是复合式时，自变量的取值是使各式成立的公共解.

② 符合实际

例2. 一个三角形的周长为 y cm, 三边长分别为7cm, 3cm 和 x cm.

(1) 求 y 关于 x 的函数关系式; $y=x+10$

(2) 分析: 问题一: 问题中包含了哪些变量? x, y 分别表示什么?
取一个你喜欢的数作为 x 的值, 求此时 y 的值;
这些函数值都有实际意义吗?

问题二: x, y 之间存在怎样的数量关系? 这种数量关系
(3) 求自变量 x 的取值范围. $4 < x < 10$
可以以什么形式给出?

根据题意, 三角形的三边关系应满足: 两边之和大于第三边, 两边之差小于第三边. 即 $7-3 < x < 7+3$.

对于实际问题中的函数, 自变量的取值要符合实际意义.
 y 关于 x 的函数关系式: $y=x+10$ ($4 < x < 10$)

议一议

在匀速直线运动中，已知速度 $v=50$ （千米/时），路程 s （千米）与时间 t （小时）的函数关系式为 $s=50t$ ，则函数中 t 的取值范围为全体实数.

你认为正确吗？若不正确， t 的取值范围应为 $t \geq 0$.

当堂练习

1. 求下列函数中自变量 x 的取值范围

$$(1) y = x^2 - x - 2 \quad x \text{ 取全体实数}$$

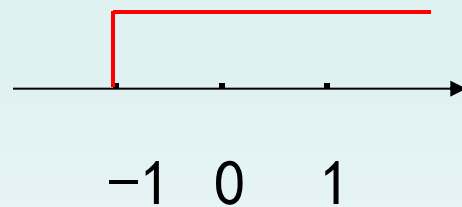
$$(2) y = \frac{5x + 7}{2} \quad x \text{ 取全体实数}$$

$$(3) y = \frac{3}{4x + 8} \quad 4x + 8 \neq 0 \quad x \neq -2$$

$$(4) y = \sqrt{x + 3} \quad x + 3 \geq 0 \quad x \geq -3$$

$$(5) y = \sqrt{x + 1} + \frac{1}{1 - x} \quad x \geq -1 \text{ 且 } x \neq 1$$

$$\begin{cases} x + 1 \geq 0 \\ 1 - x \neq 0 \end{cases} \quad \text{即} \quad \begin{cases} x \geq -1 \\ x \neq 1 \end{cases}$$



2.一长方形的周长为8cm，设它的长为xcm，宽为ycm.

(1)求y关于x的函数关系式；

(2)并写出自变量的取值范围.

解:(1)y与x的函数关系式为:

分析: 问题一: 问题中包含的变量x, y分别表示什么?

(2)自变量的取值范围在怎样的数量关系? 这种数量关系可以以什么形式给出?

分析: 由于 $y=4-x, x>0, y>0$, 从而 $0<x<4$.

根据题设可得, 长方形周长=2(长+宽).

即 $2(x+y)=8$.

函数及自变量的概念

函数

函数表达式有意义

自变量的取值范围

实际问题有意义

见《学练优》本课时练习