

第二十一章 一次函数

21.1 一次函数

第2课时 一次函数

导入新课

讲授新课

当堂练习

课堂小结



学习目标

- 1.理解一次函数的概念，明确一次函数与正比例函数之间的联系与区别.（难点）
- 2.会用直接列式法写出一次函数的解析式，并进行相关的计算.（重点）

情景引入



你能写出通话费用 y (元) 与通话时间 x (分钟) 之间的函数关系式吗? 它是正比例函数吗?

一次函数的概念

合作探究

问题1. 写出下列各题的函数关系式：

(1) 有人发现,在 $20\sim 25^{\circ}\text{C}$ 时,蟋蟀每分钟鸣叫次数 c 与温度 t ($^{\circ}\text{C}$) 有关,即 c 的值大约是 t 的7倍与35的差;

$$c = 7t - 35 \quad (20 \leq t \leq 25)$$

(2) 某地电费的单价为 0.8 元/ $(\text{kW}\cdot\text{h})$, 请用表达式表示电费 y (元) 与所用电量 x ($\text{kW}\cdot\text{h}$) 之间的函数关系.

$$y = 0.8x$$

写出下列各题的函数关系式：

(3) 某城市的市内电话的月收费额 y (元) 包括：月租费22元，拨打电话 x 分的计时费（按 0.1元/分收取）。

$$y = 0.1x + 22 \quad (x \geq 0)$$

(4) 把一个长10cm、宽5cm 的长方形的长减少 x cm, 宽不变, 长方形的面积 y (cm^2) 随 x 的变化而变化.

$$y = -5x + 50$$

观察与思考

上述函数有什么共同特征？

$$(1) \quad c = 7t - 35$$

$$(2) \quad y = 0.8x$$

$$(3) \quad y = 0.01x + 22$$

$$(4) \quad y = -5x + 50$$

$$(1) \quad c = 7t - 35$$

$$(2) \quad y = 0.8x$$

$$(3) \quad y = 0.01x + 22$$

$$(4) \quad y = -5x + 50$$

The diagram shows the general form of a linear equation: $y = k(\text{常数})x + b(\text{常数})$. Arrows indicate the mapping from the examples above:

- A blue arrow points from the y in equation (2) to the y in the general form.
- A black arrow points from the coefficient 0.8 in equation (2) to the $k(\text{常数})$ in the general form.
- A red arrow points from the x in equation (2) to the x in the general form.
- A purple arrow points from the constant 22 in equation (3) to the $b(\text{常数})$ in the general form.

$$y = k(\text{常数})x + b(\text{常数})$$

知识要点

一般地，形如 $y=kx+b$ (k, b 是常数, $k \neq 0$) 的函数，叫做**一次函数**.

思考：一次函数与正比例函数有什么关系？

(1) 当 $b=0$ 时， $y=kx+b$ 即 $y=kx(k \neq 0)$ ，此时该一次函数是正比例函数.

(2) 正比例函数是一种特殊的一次函数.

练一练

下列函数中哪些是一次函数，哪些又是正比例函数？

$$(1) y = -8x$$

$$(2) y = 5x^2 + 6$$

$$(3) y = -\frac{8}{x}$$

$$(4) y = -0.5x - 1$$

解：（1）、（4）是一次函数，

其中（1）又是正比例函数。

典例精析

例1. 已知函数 $y=(m-1)x+1-m^2$

- (1) 当 m 为何值时，这个函数是一次函数？
- (2) 当 m 为何值时，这个函数是正比例函数？

解：（1）由题意可得

$$m-1 \neq 0, \text{ 解得 } m \neq 1.$$

（2）由题意可得

$$m-1 \neq 0, 1-m^2=0, \text{ 解得 } m=-1.$$

议一议

已知 y 关于 x 的函数 $y = (m - 1)x^{|m|} + n - 3$ ， m ， n 分别为何值时，该函数是一次函数？正比例函数？

一次函数的简单应用

例2. 科学研究发现，海平面以上10 km以内，海拔每升高1 km，气温下降 6°C . 某时刻，若甲地地面气温为 20°C ，设高出地面 x (km) 处的气温为 y ($^{\circ}\text{C}$) .

(1) 求 y ($^{\circ}\text{C}$) 随 x (km) 而变化的函数表达式.

(2) 若有一架飞机飞过甲地上空，机舱内仪表显示飞机外面的温度为 -34°C ，求飞机离地面的高度.

解: (1)高出地面的高度 x (km) 是自变量,
高出地面 x km处的气温 y ($^{\circ}\text{C}$) 是 x 的函数,
它们之间的数量关系为
甲地高出地面 x km处的气温=地面气温-下降的气温,
即 $y = 20 - 6x$.

(2) 当 $y = -34$ 时,
即 $20 - 6x = -34$, 解得 $x = 9$.

答: 此时飞机离地面的高度为9 km.

例3.如图， $\triangle ABC$ 是边长为 x 的等边三角形.

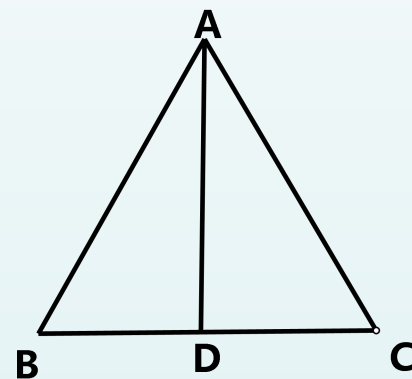
(1) 求BC边上的高 h 与 x 之间的函数关系式. h 是 x 的一次函数吗? 如果是, 请指出相应的 k 与 b 的值.

解: (1)因为BC边上的高AD也是BC边上的中线, 所以, $BD=x/2$.在Rt $\triangle ABD$ 中, 由勾股定理, 得

$$h = AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{x^2 - \frac{1}{4}x^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}x,$$

即 $h = \frac{\sqrt{3}}{2}x.$

所以 h 是 x 的一次函数, 且 $k = \frac{\sqrt{3}}{2}, b = 0.$



(2) 当 $h=\sqrt{3}$ 时, 求 x 的值.

(3) 求 $\triangle ABC$ 的面积 S 与 x 的函数关系式. S 是 x 的一次函数吗?

解: (2) 当 $h=\sqrt{3}$ 时, 有 $\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}x$.

解得 $x=2$.

(3) 因为 $S = \frac{1}{2}AD \cdot BC = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}x \cdot x = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2$,

即 $S = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2$, 所以, S 不是 x 的一次函数.

做一做

如果等腰三角形的周长是20cm，底边长是 x cm,那么，腰长 y (cm)与底边长 x (cm)之间的函数关系式是什么？这个函数是一次函数吗？

解： $y=10-x/2$ ，是一次函数.

当堂练习

1. 下列说法正确的是 (D)

A. 一次函数是正比例函数.

B. 正比例函数不是一次函数.

C. 不是正比例函数就不是一次函数.

D. 正比例函数是一次函数.

2. 在函数① $y=2-x$, ② $y=8+0.03t$, ③ $y=1+x+\frac{1}{x}$, ④ $y=\frac{x+3}{x}$ 中,
是一次函数的有 ①②.

3.已知 y 与 $x-3$ 成正比例,当 $x=4$ 时, $y=3$.

(1)写出 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) y 与 x 之间是什么函数关系;

(3)求 $x=2.5$ 时, y 的值.

解 (1) 设 $y=k(x-3)$,

把 $x=4,y=3$ 代入上式,得 $3=k(4-3)$,

解得 $k=3$,

$y=3x-9$;

(2) y 是 x 的一次函数;

(3) 当 $x=2.5$ 时, $y=3 \times 2.5 - 9 = -1.5$.

一次函数

一次函数的概念

一次函数与正比例函数的关系

一次函数的解析式

一次函数的简单应用

见《学练优》本课时练习