

第二十一章 一次函数

21.3 用待定系数法确定一次函数表达式

导入新课

讲授新课

当堂练习

课堂小结



学习目标

- 1.理解待定系数法的意义.
- 2.会用待定系数法求一次函数的表达式. (重点、难点)

问题引入

确定正比例函数的表达式需要几个条件？

一个

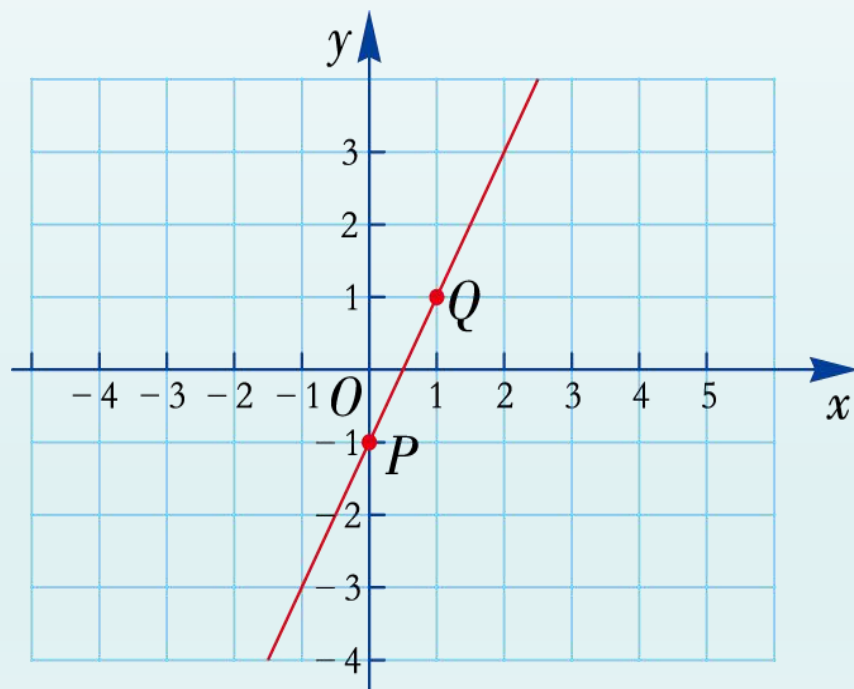
确定一次函数的表达式呢？

两个

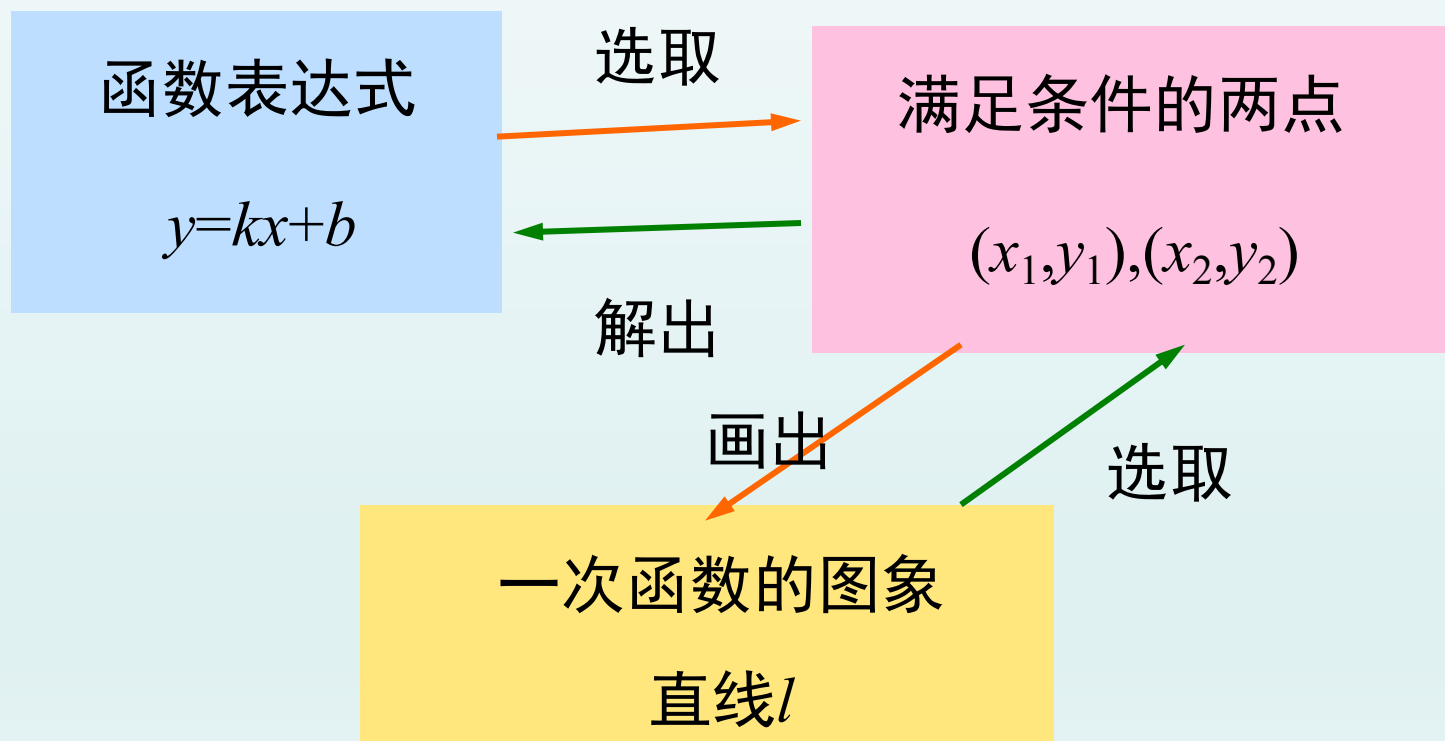
待定系数法

合作探究

如图，已知一次函数的图象经过 $P(0, -1)$ ， $Q(1, 1)$ 两点. 怎样确定这个一次函数的表达式呢？



因为一次函数的一般形式是 $y=kx+b$ (k, b 为常数, $k \neq 0$)，要求出一次函数的表达式，关键是要确定 k 和 b 的值（即待定系数）。



因为 $P(0, -1)$ 和 $Q(1, 1)$ 都在该函数图象上，因此它们的坐标应满足 $y=kx+b$ ，将这两点坐标代入该式中，得到一个关于 k, b 的二元一次方程组：

$$\begin{cases} k \cdot 0 + b = -1, \\ k + b = 1. \end{cases}$$

解这个方程组，得 $\begin{cases} k=2, \\ b=-1. \end{cases}$

所以，这个一次函数的表达式为 $y = 2x - 1$ 。

知识要点

像这样，通过先设定函数表达式（确定函数模型），再根据条件确定表达式中的未知系数，从而求出函数表达式的方法称为**待定系数法**。

典例精析

例1. 已知一次函数的图象经过点 $A(-1, 3)$, $B(2, -5)$,
求这个函数的表达式.

解: 设 $y=kx+b$, 由于 A, B 两点都在这个函数的图象上.

$$\text{因此 } \begin{cases} -k + b = 3, \\ 2k + b = -5. \end{cases}$$

$$\text{解得 } k = -\frac{8}{3}, b = \frac{1}{3}.$$

因此所求一次函数的表达式为

$$y = -\frac{8}{3}x + \frac{1}{3}.$$

做一做

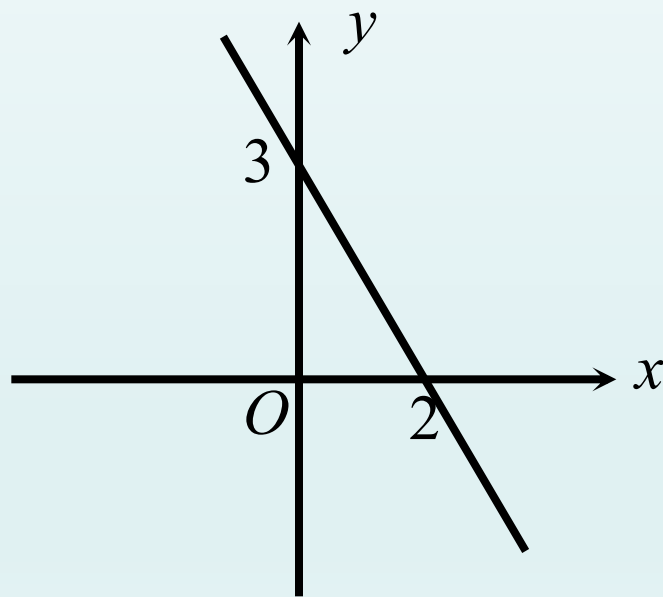
一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象如图，则下列结论正确的是 (D)

A. $k=2$

B. $k=3$

C. $b=2$

D. $b=3$





利用待定系数法解决简单的实际问题

例2 温度的度量有两种：摄氏温度和华氏温度.

水的沸点温度是 100°C ，用华氏温度度量为 212°F ；

水的冰点温度是 0°C ，用华氏温度度量为 32°F .已知摄氏温度与华氏温度的关近似地为一次函数关系，你能不能想出一个办法方便地把华氏温度换算成摄氏温度？

解: 用 C, F 分别表示摄氏温度与华氏温度, 由于摄氏温度与华氏温度的关系近似地为一函数关系, 因此可以设 $C = kF + b$,

由已知条件, 得

$$\begin{cases} 212k + b = 100, \\ 32k + b = 0. \end{cases}$$

解这个方程组, 得 $k = \frac{5}{9}, b = -\frac{160}{9}$.

因此摄氏温度与华氏温度的函数关系式为

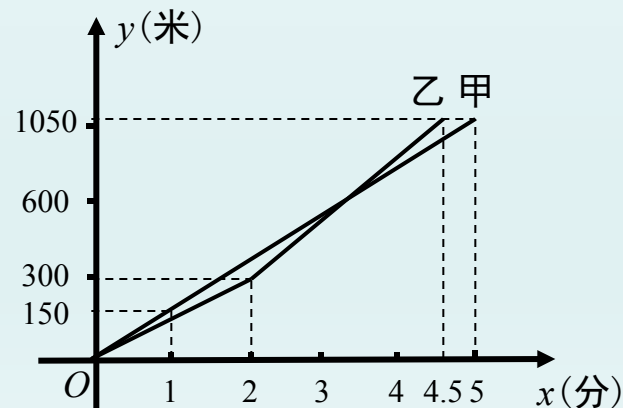
$$C = \frac{5}{9}F - \frac{160}{9}.$$

例3.百舸竞渡，激情飞扬，端午节期间，某地举行龙舟比赛.甲、乙两支龙舟队在比赛时路程 y (米)与时间 x (分)之间的函数图象如图.根据图象回答下列问题：

(1) 1.8分钟时，哪支龙舟队处于领先位置？

(2) 在这次龙舟赛中，哪支龙舟队先到达终点？提前多少时间到达？

(3) 求乙队加速后，路程 y (米)与时间 x (分)之间的函数关系式.



分析 (1)(2)观察图象可得. (3) 用待定系数法解.

解: 由图象, 可知

(1) 1.8分钟时甲龙舟队处于领先位置.

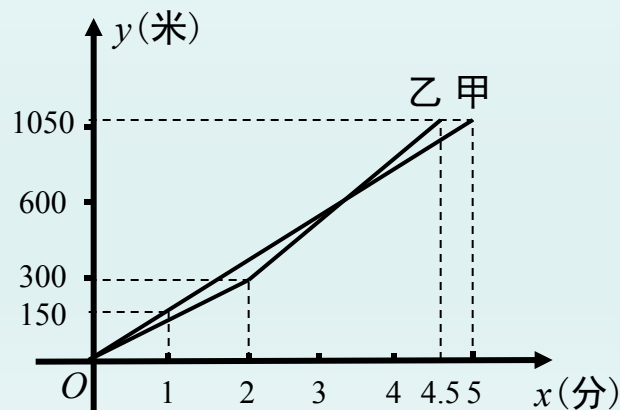
(2) 在这次龙舟赛中, 乙龙舟队先到达终点, 比甲提前0.5分钟.

(3) 设乙队加速后, y 与 x 的关系式为 $y=kx+b$.

将 $(2, 300)$ 、 $(4.5, 1050)$ 分别代入上式, 得

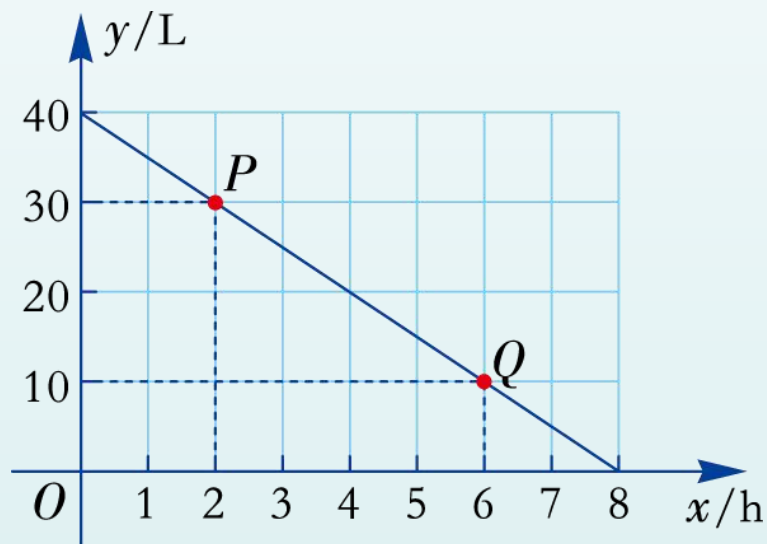
$$\begin{cases} 2k+b=300, \\ 4.5k+b=1050. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k=300, \\ b=-300. \end{cases}$$

$$\therefore y = 300x - 300 (2 \leq x \leq 4.5)$$



做一做

某种拖拉机的油箱可储油40L，加满油并开始工作后，油箱中的剩余油量 y （L）与工作时间 x （h）之间为一次函数关系，函数图象如图所示。



(1) 求 y 关于 x 的函数表达式； $y = -5x + 40.$

(2) 一箱油可供拖拉机工作几小时？ 8 h

当堂练习

1. 已知正比例函数 $y=kx(k \neq 0)$ 的图象经过点 $(1, -2)$ ，则这个正比例函数的表达式为(A)

A. $y=2x$

B. $y=-2x$

C. $y=\frac{1}{2}x$

D. $y=-\frac{1}{2}x$

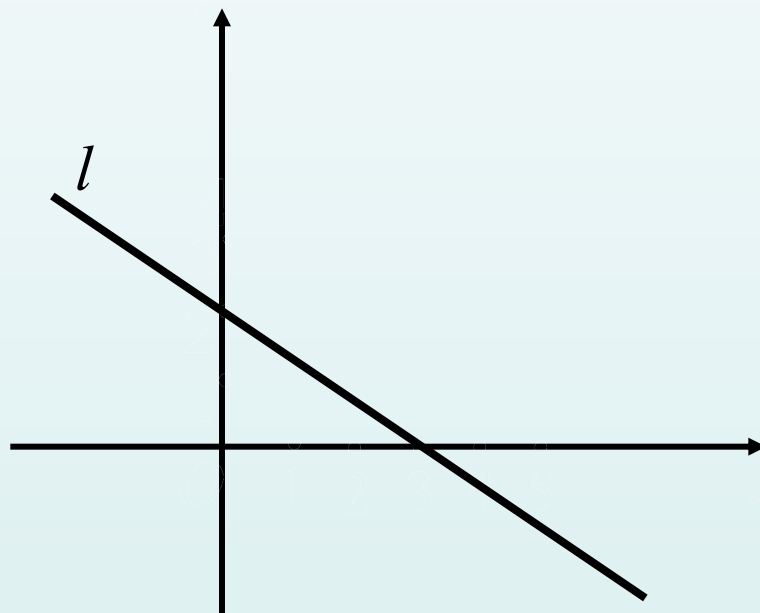
2. 已知函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 的图象与 y 轴交点的纵坐标为 -2 ，且当 $x=2$ 时， $y=1$ ，那么此函数的表达式为 $y=\frac{3}{2}x-2$.

3. 如图，直线 l 是一次函数 $y=kx+b$ 的图象，填空：

(1) $b = \underline{2}$, $k = \underline{-2/3}$;

(2) 当 $x=30$ 时， $y = \underline{-18}$;

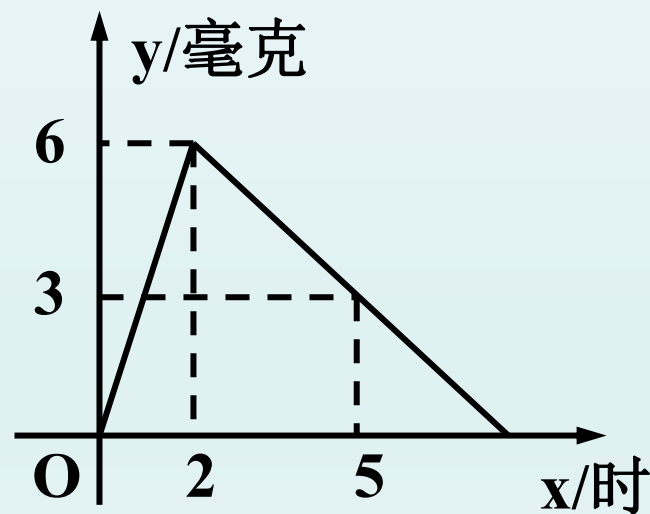
(3) 当 $y=30$ 时， $x = \underline{-42}$.



4.某医药研究所开发了一种新药，在实际验药时发现，如果成人按规定剂量服用，那么每毫升血液中含药量 y （毫克）随时间 x （时）的变化情况如图所示，当成年人按规定剂量服药后.

(1) 服药后 2 时，血液中含药量最高，达到每毫升 6 毫克，接着逐步衰弱.

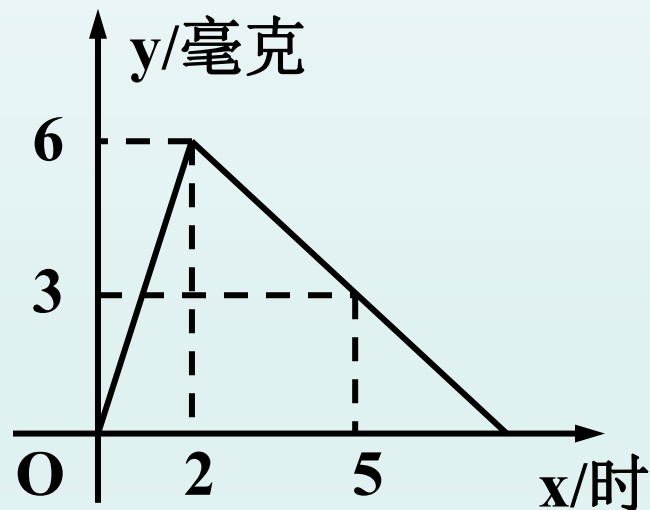
(2) 服药后5时，血液中含药量为每毫升 3 毫克.



(3) 当 $x \leq 2$ 时, y 与 x 之间的函数关系式是 $y=3x$.

(4) 当 $x \geq 2$ 时, y 与 x 之间的函数关系式是 $y=-x+8$.

(5) 如果每毫升血液中含药量3毫克或3毫克以上时, 治疗疾病最有效, 那么这个有效时间是 4 时.



用待定系数法确定一次函数的表达式

1. 设所求的一次函数表达式为 $y=kx+b$;
2. 根据已知条件列出关于 k 、 b 的方程组;
3. 解方程, 求出 k 、 b ;
4. 把求出的 k 、 b 代回表达式即可.

见《学练优》本课时练习