第二十一章 一次函数

21.4 一次函数的应用

第1课时 简单的一次函数的应用

导入新课 讲授新课 当堂练习 课堂小结

学习目标

1.会根据问题情境的数量关系建立相应的一次函数表达式.（重点）

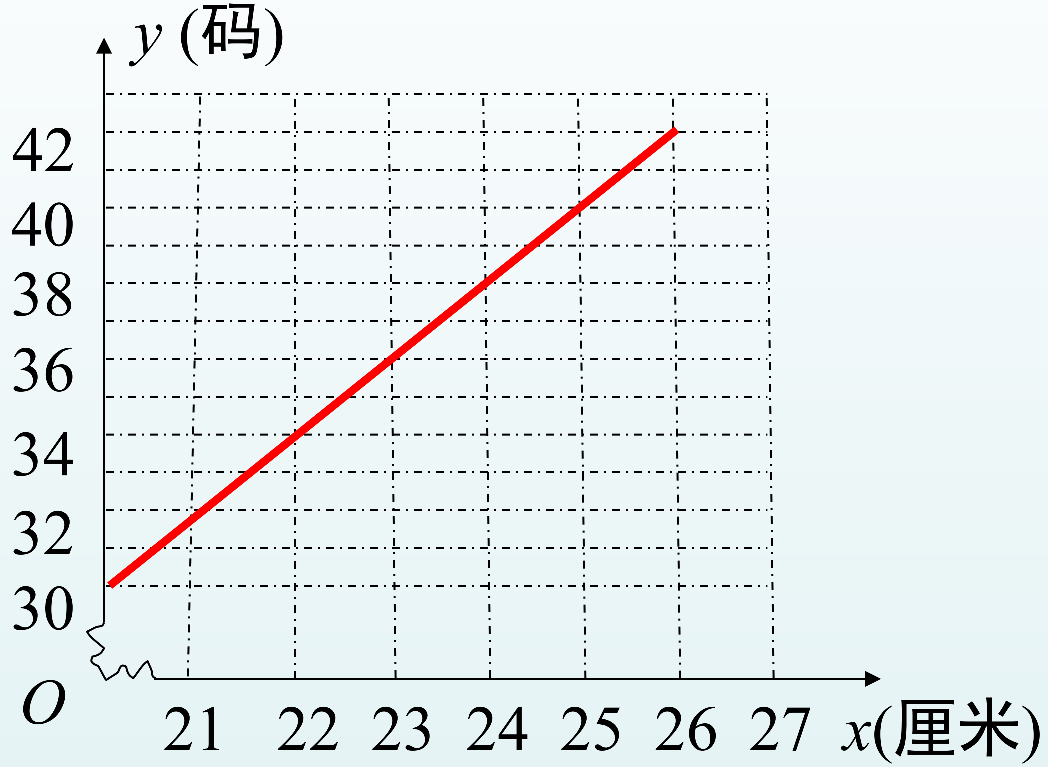
2.能利用一次函数的相关性质解决简单的实际问题.（难点）

情境引入

小明同学在探索鞋码的两种长度“码”与“厘米”之间的换算关系时，通过调查获得下表数据：

x(厘米)	…	22	25	23	26	24	…
y(码)	…	34	40	36	42	38	…

根据表中提供的信息，在同一直角坐标系中描出相应的点，你能发现这些点的分布有什么规律吗？



据说篮球巨人姚明的鞋子长31cm，那么你知道他穿多大码的鞋子吗？

52码，你是怎么判断的呢？

简单的一次函数的应用

典例精析

例1.某公司与销售人员签订了这样的工资合同：工资由两部分组成，一部分是基本工资，每人每月3000元；另一部分是按月销售量确定的奖励工资，每销售1件产品，奖励工资10元.

1.设某销售员销售产品x件，他应得的工资记为y元.求y与x之间的函数关系式.

$y=10x+3000$

2.用求出的函数关系式，解决下列问题

（1）某销售员的工资为4100元，他这个月销售了多少件产品？

当$y=4100$时，$4100=10x+3000$.解得$x=110$.

（2）要使月工资超过4500元，该月的销售量应当超过多少件？

由题意得$10x+3000>4500$.解得$x>150$.

例2. 某种称量体重的台秤，最大称量是150kg.称体重时，体重x（ kg ）与指针按顺时针方向转过的角y(°)有如下一些对应数值：

x/ kg	0	15	40	55	60
y/°	0	36	96	132	144

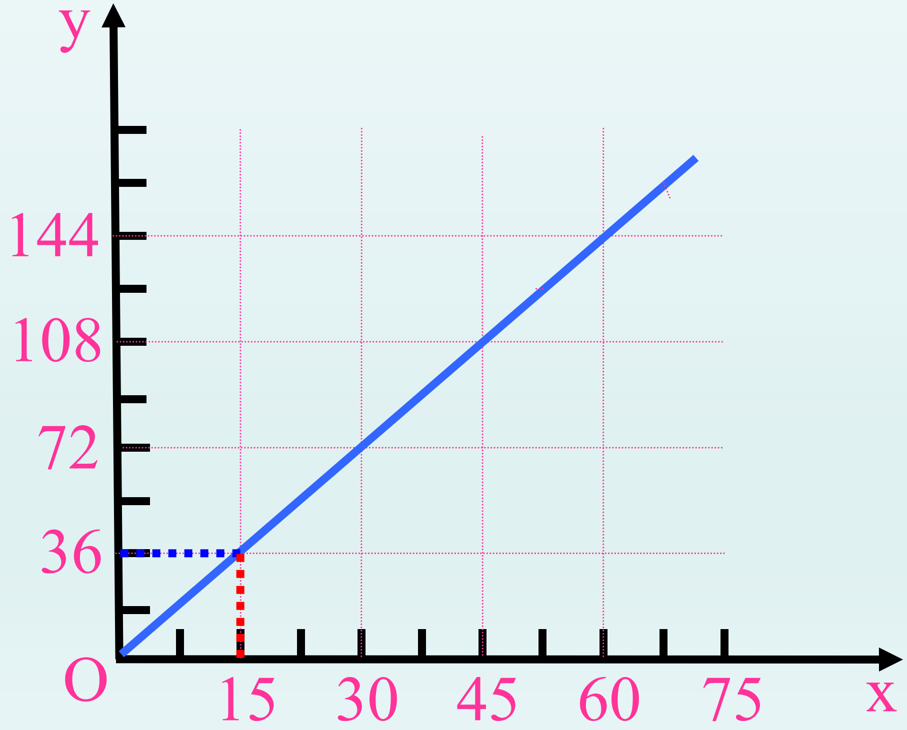
(1)在直角坐标系中，分别以上表中的每对对应数值为横坐标和纵坐标，描点连线，画出图像.

(2)求y与x之间的函数关系式，并指出自变量x的取值范围.

(3)当体重为多少千克时，台秤的指针恰好转到180度的位置？当体重为50千克时，台秤的指针转过的角度多少？

(1)在直角坐标系中，分别以上表中的每对对应数值为横坐标和纵坐标，描点连线，画出图像.

x/ kg	0	15	40	55	60
y/°	0	36	96	132	144



（2）求y与x之间的函数关系式，并指出自变量x的取值范围.

分析:由表格给出的数据可以看出，每增加5千克，台秤的指针按顺时针方向旋转12度，所以y是x的正比例函数.

根据条件可得$y=12/5x(0\le x\le 150)$

（3）当体重为多少千克时，台秤的指针恰好转到180度的位置？当体重为50千克时，台秤的指针转过的角度多少？

当$y=180$时，$180=12/5x$.解得$x=75$

当$x=50$时，$y=12/5\times 50=120$.

即当体重为75千克时，台秤的指针恰好转到180度的位置.当体重为50千克时，台秤的指针转过的角度是120度.

例3. A市和B市分别有某种库存机器12台和6台，现决定支援C村10台，D村8台，已知从A市调运一台机器到C村和D村的运费分别是400元和800元；从B市调运一台机器到C村和D村的运费分别是300元和500元.

① 设B市运往C市机器x台，求总运费W（元）关于x的函数关系式.

② 求总运费最低的调运方案的最低运费是多少.

分析①：A 市和 B 市库存机器共：（ 12+6 ）台，C 村和 D 村共需（ 10+8 ）台，

B 市运到 C 村 x 台， B 市剩余（6-x） 台运到 D 村

A 市运到 C 村（10-x）台， A 市剩余〔 12-（10-x） 〕台运到 D 村.

分析②：先求出总运费的关系式，再对照一次函数最值相关问题具体分析.

解：①B 市运往 C 市机器x台，则有题意可知：

$W = 300x + 500（6-x）+ 400（10-x）+800〔12-（10-x）〕$

$= 200x + 8600 \quad (0 \le x \le 6)$

∴总运费W（元）关于x的函数关系式为：

$W = 200x + 8600 \quad (0 \le x \le 6)$

② $\because W = 200x + 8600 \quad (0 \le x \le 6)$ 是一次函数，

且W随x的增大而增大

$\therefore$ 当 x取最小值时，W 有最大值

即当 $x = 0$ 时，$W = 8600$元

$\therefore$ 总运费最低的调运方案的最低运费是8600元

方法归纳

一次函数“最大值”和“最小值”的产生和自变量的取值范围相辅相成：

$k>0$，$a\le x\le c$ 时:

$x=a$ 时，$y=ka+b$ 就是最小值，$x=c$ 时，$y=kc+b$ 就是最大值；

$k<0$，$a\le x\le c$ 时:

$x=a$ 时，$y=ka+b$ 就是最大值，$x=c$ 时，$y=kc+b$ 就是最小值.

例4.为节约用水，某市制定以下用水收费标准，每户每月用水不超过8立方米，每立方米收取1元外加0.3元的污水处理费；超过时，超过部分每立方米收取1.5元外加1.2元污水处理费，现设一户每月用水x立方米，应缴水费y元.

（1）求出y关于x的函数关系式；

（2）该市一户某月若用水x=10立方米时，求应缴水费；

（3）该市一户某月缴水费26.6元，求该户这月用水量.

分析：

（1）$x \le 8$时，每立方米收费（1+0.3）元；

（2）$x > 8$时，超过的部分每立方米收费（1.5+1.2）元.

解：（1）y关于x的函数关系式为：

$$y=\begin{cases}(1+0.3)x=1.3x & (0\le x\le 8)\\(1.5+1.2)(x-8)+1.3\times 8=2.7x-11.2 & (x>8)\end{cases}$$

（2）当x=10时，y=2.7×10-11.2=15.8.

答：应缴水费为15.8元

（3）因为1.3×8=10.4<26.6，所以该用户用水量超过8立方米.

所以2.7x-11.2=26.6，解得x=14

答：该户这月用水量为14吨

总结归纳

- 在自变量的不同取值范围内表示函数关系的表达式有不同的形式，这样的函数称为分段函数，分段函数在生活中也有很多应用.

做一做

某市出租车的收费标准：不超过3km计费为7元，3km后按2.4元/km计费.

(1)写出车费y(元)与路程x(km)之间的函数关系式；

(1)当$0<x\le 3$km时，　$y=7$

当$x>3$km时，　$y=7+2.4(x-3)$

(2)小亮乘出租车出行，付费12.3元，你能算出小亮乘车的路程吗？（精确到0.1km）

$\because 12.3>7$

$\therefore 12.3=7+2.4(x-3)$

$x=5.2$(km)

当堂练习

1.请每位同学伸出一只手掌，把大拇指与小拇指尽量张开，两指间的距离称为指距. 已知指距与身高具有如下关系：

指距x（cm）	19	20	21
身高y（cm）	151	160	169

（1） 求身高y与指距x之间的函数关系式；

（2） 当李华的指距为22cm时，你能预测他的身高吗？

分析：上表3组数据反映了身高y与指距x之间的对应关系，观察这两个变量之间的变化规律，当指距增加1cm，身高就增加9cm，可以尝试建立一次函数模型.

（1） 求身高y与指距x之间的函数表达式；

解：设身高y与指距x之间的函数表达式为$y = kx + b$.

将x=19， y=151与x = 20，y=160代入上式，得

$$\begin{cases} 19k + b = 151, \\ 20k + b = 160. \end{cases}$$

解得$k = 9$， $b = -20$.

于是$y = 9x - 20$. ①

将$x = 21$，$y = 169$代入①式也符合.

公式①就是身高y与指距x之间的函数表达式.

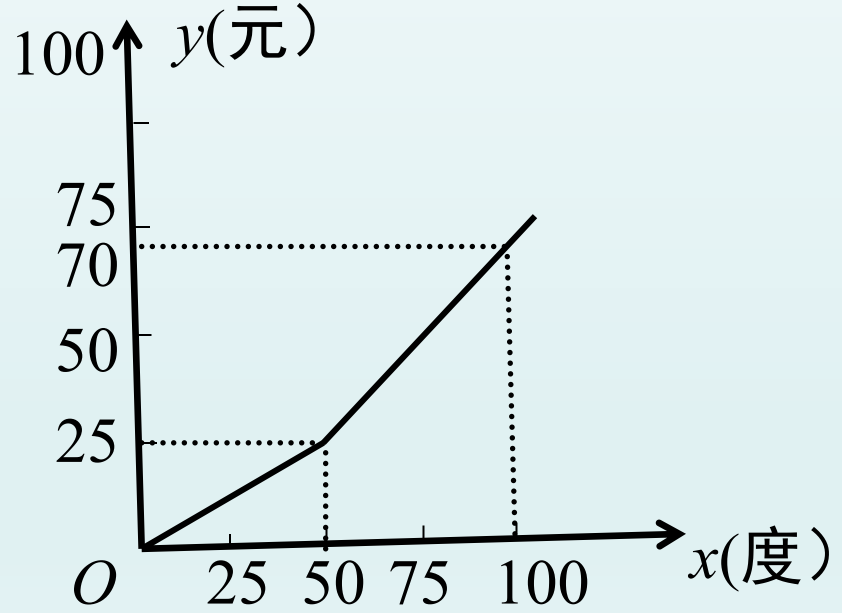
（2） 当李华的指距为22cm时，你能预测他的身高吗？

解：当$x = 22$时，$y = 9 \times 22 - 20 = 178$.

因此，李华的身高大约是178 cm.

2.近几年来，由于经济和社会发展迅速，用电量越来越多.为缓解用电紧张，某电力公司特制定了新的用电收费标准，每月用电量x（度）与应付电费y（元）的关系如图所示.

⑴请你根据图象所描述的信息，分别求出当$0≤x≤50$ 和$x>50$时，y与x的函数关系式；



解:当$0≤x≤50$ 时，由图象可设 $y=k_1x$，∵其经过（50，25），代入得

$25=50k_1$，∴$k_1=0.5$，∴$y=0.5x$；

当$x>50$时，由图象可设 $y=k_2x+b$，

∵其经过（50,25）、（100,70），

得$k_2=0.9,b=-20$,∴$y=0.9x-20$.

⑵根据你的分析：当每月用电量不超过50度时，收费标准是多少？当每月用电量超过50度时，收费标准是多少？

解：不超过50度部分按0.5元/度计算，超过部分按0.9元/度计算.

课堂小结

简单的一次函数的应用

求一次函数的表达式及其应用

分段函数的应用

课后作业

见《学练优》本课时练习