第二十二章 四边形

22.4 矩形

第1课时 矩形的性质

学习目标

1. 了解矩形的概念及其与平行四边形的关系；

2. 探索并证明矩形的性质定理. （重点）

3. 应用矩形的性质定理解决相关问题. （难点）

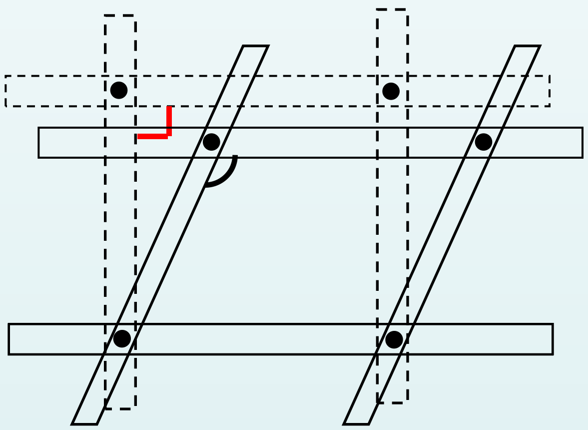
图片引入

活动:观察下面的图形，它们都含有平行四边形，请把它们全部找出来.

问题：上面的平行四边形有什么共同的特征？

矩形的性质

活动：利用一个活动的平行四边形教具演示，使平行四边形的一个内角变化，请同学们注意观察.



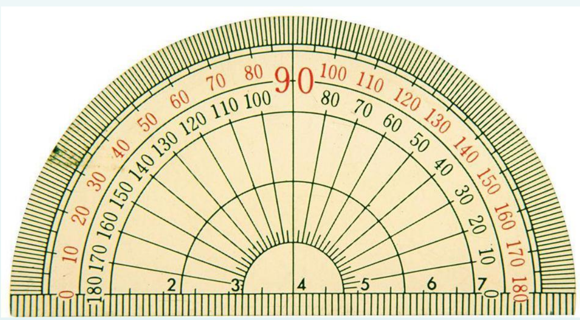
矩形

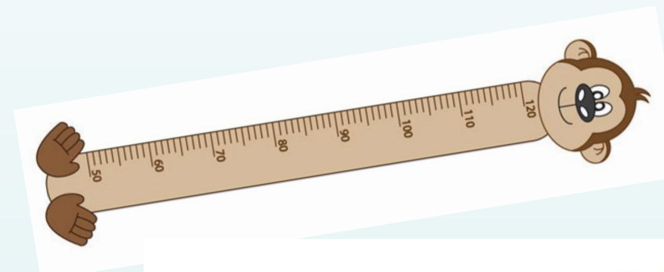
定义：有一个角是直角的平行四边形叫做矩形.

思考：矩形与平行四边形有什么关系呢？

活动探究：

准备素材：直尺、量角器、橡皮擦、课本、铅笔盒等.






（1）请同学们以小组为单位，测量身边的矩形（如书本，课桌，铅笔盒等）的四条边长度、四个角度数和对角线的长度及夹角度数，并记录测量结果.

（实物）

（形象图）

测量 物体	AB	AD	AC	BD	$\angle BAD$	$\angle ADC$	$\angle AOD$	$\angle AOB$
橡皮擦								
课本								
桌子								

（2）根据测量的结果，猜想结论. 当矩形的大小不断变化时，发现的结论是否仍然成立？

（3）通过测量、观察和讨论，你能得到矩形的特殊性质吗？

平行四边形集合

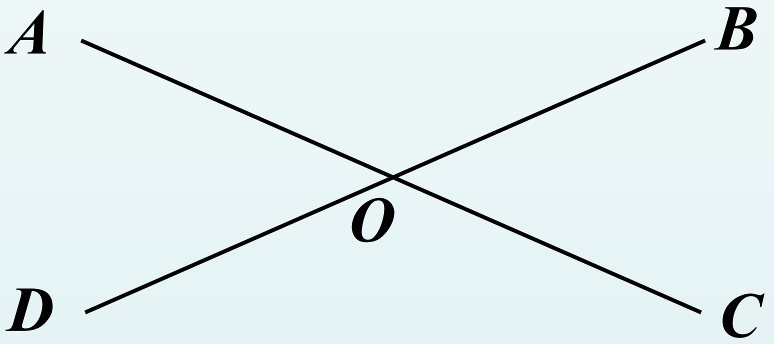
矩形集合

归纳 矩形是特殊的平行四边形，它具有平行四边形的所有性质，但平行四边形不一定是矩形.

填一填　根据上面探究出来结论填在下面横线上.

角：<u>　四个角为90°　</u>.

对角线：<u>　相等　</u>.



证明性质:

已知：如图,四边形$ABCD$是矩形,$\angle ABC=90°$,对角线AC与DB相较于点O.

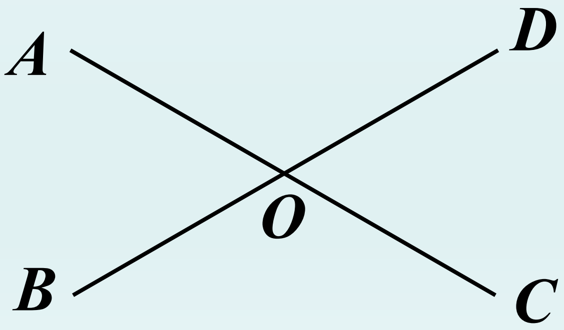
求证：（1）$\angle ABC=\angle BCD=\angle CDA=\angle DAB=90°$；

（2）$AC=DB$.

证明：（1）∵四边形$ABCD$是矩形.

∴$\angle ABC=\angle CDA$, $\angle BCD=\angle DAB$(矩形的对角相等)

$AB \parallel DC$(矩形的对边平行).



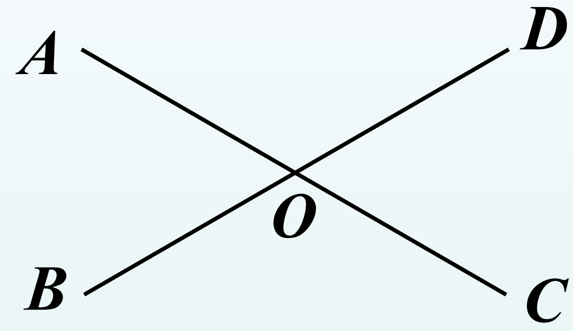
∴$\angle ABC+\angle BCD=180°$.

又∵$\angle ABC=90°$,

∴$\angle BCD=90°$.

$\therefore \angle ABC = \angle BCD = \angle CDA = \angle DAB = 90°$.

(2) $\because$ 四边形$ABCD$是矩形,



$\therefore AB=DC$(矩形的对边相等).

在$\triangle ABC$和$\triangle DCB$中,

$\because AB=DC$, $\angle ABC = \angle DCB$, $BC= CB$,

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB$.

$\therefore AC=DB$.

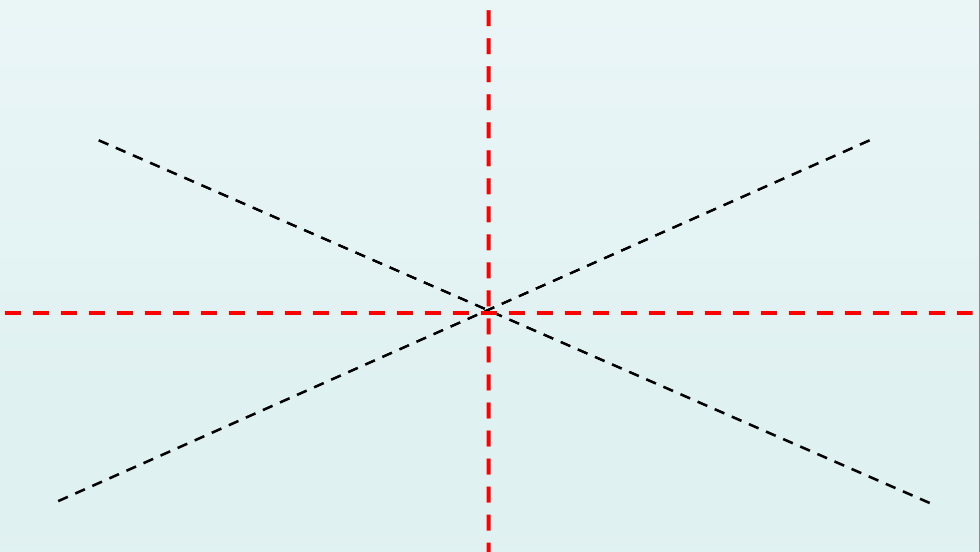
定理 1. 矩形的四个内角都是直角.

2. 矩形的对角线相等.

做一做：请同学们拿出准备好的矩形纸片，折一折，观察并思考.

（1）矩形是不是中心对称图形？如果是，那么对称中心是什么？

（2）矩形是不是轴对称图形?如果是，那么对称轴有几条?



矩形的性质（除中心对称外）

对称性：____轴对称图形____.

对称轴：____2条____.

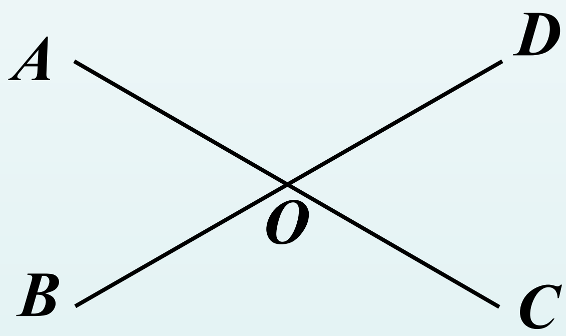
归纳结论

矩形是特殊的平行四边形，它除具有平行四边形的所有性质外，还有平行四边形所没有的特殊性质.

矩形的特殊性质	平行四边形的性质
对称性：是轴对称图形.	角：对角相等.
角：四条内角都是90°.	边：对边平行且相等.
对角线：相等.	对角线：相互平分.

典例精析

例1：如图，在矩形$ABCD$中，两条对角线相交于点O，$\angle AOD=120°$，$AB=2.5$，求矩形对角线的长.



解：∵四边形$ABCD$是矩形.

∴$AC=BD$(矩形的对角线相等).

$OA=OC=\frac{1}{2}AC, OB=OD=\frac{1}{2}BD$，

(矩形对角线相互平分)

∴$OA=OD$.

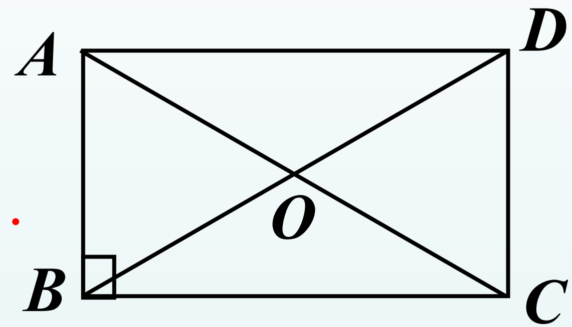
$\because \angle AOD=120°$，

$\therefore \angle ODA=\angle OAD=\frac{1}{2}(180°-120°)=30°$.

又$\because \angle DAB=90°$，

（矩形的四个角都是直角）

$\therefore BD=2AB=2\times 2.5=5.$



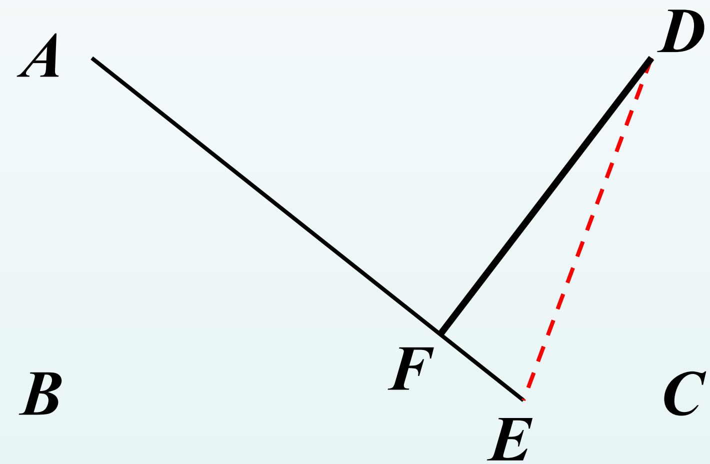
你还有其他解法吗？

提示：$\angle AOD=120° \rightarrow \angle AOB=60° \rightarrow OA=OB=AB \rightarrow AC=2OA$

$=2\times 2.5=5.$

例2：如图,在矩形$ABCD$中, E是BC上一点, $AE=AD$, $DF\perp AE$，垂足为F.

求证：$DF=DC$.



证明：连接DE.

$\because AD=AE$, $\therefore \angle AED=\angle ADE$.

$\because$四边形$ABCD$是矩形,

$\therefore AD\parallel BC$, $\angle C=90°$.

$\therefore \angle ADE=\angle DEC$, $\therefore \angle DEC=\angle AED$.

又$\because DF\perp AE$, $\therefore \angle DFE=\angle C=90°$.

又$\because DE=DE$,

$\therefore \triangle DFE\cong\triangle DCE$,

$\therefore DF=DC$.

当堂练习

1.矩形具有而平行四边形不具有的的性质是（ **B** ）

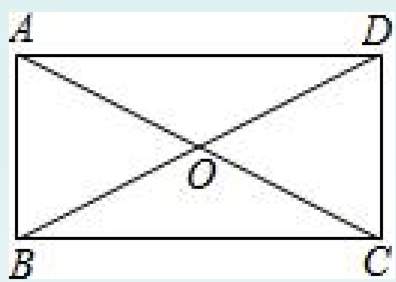
（A）对角相等　　　（B）对角线相等

（C）对角线互相平分　（D）对边平行且相等

2.矩形的一条对角线与一边的夹角为40°，则两条对角线相交所成的锐角是（ **D** ）

（A）20°　（B）40°　（C）60°　（D）80°

3.已知：如图，矩形ABCD的两条对角线相交于O，$\angle AOB=60°$，AB=4cm，则矩形对角线的长为__**8**__cm



4.如图,四边形$ABCD$是矩形,对角线AC,BD相交于点O,$BE \parallel AC$交DC的延长线于点E.

（1）求证：$BD=BE$,

（2）若$\angle DBC=30^\circ$，$BO=4$，求四边形$ABED$的面积.

（1）证明：∵四边形$ABCD$是矩形.

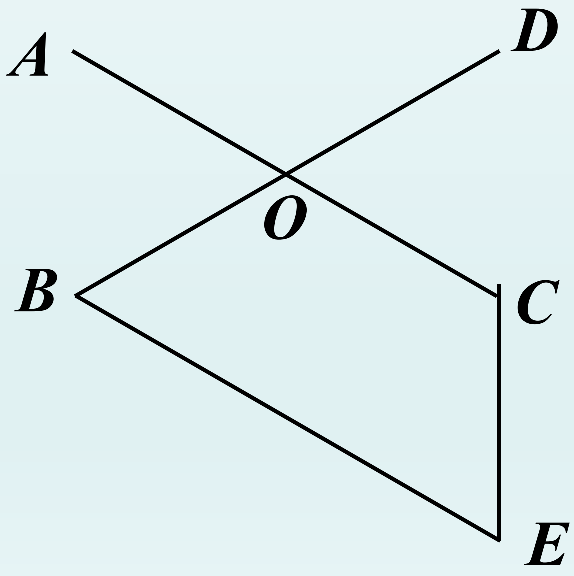
∴$AC=BD$, $AB \parallel CD$.

又∵$BE \parallel AC$,

∴四边形$ABEC$是平行四边形,

∴$AC=BE$,

∴$BD=BE$.



(2)解：∵在矩形$ABCD$中, BO=4,

∴$BD = 2BO$ =2×4=8.

∵∠DBC=30°，

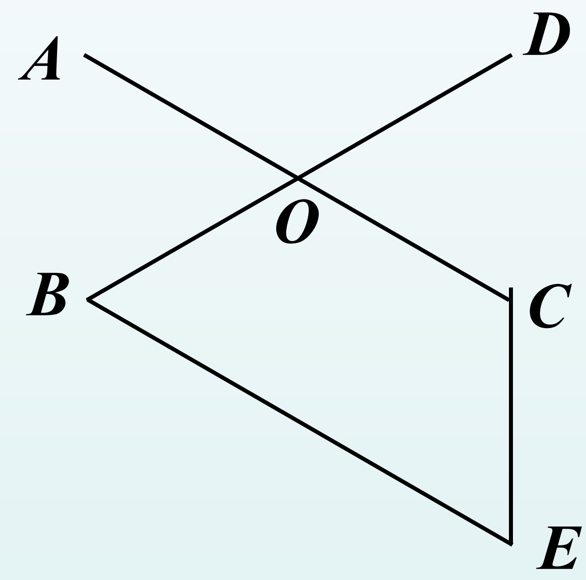
∴CD= $\frac{1}{2}$ BD= $\frac{1}{2}$×8=4,

∴AB=CD=4, DE=CD+CE=CD+AB=8.

在Rt△BCD中,

BC= $\sqrt{BD^2-CD^2}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$.

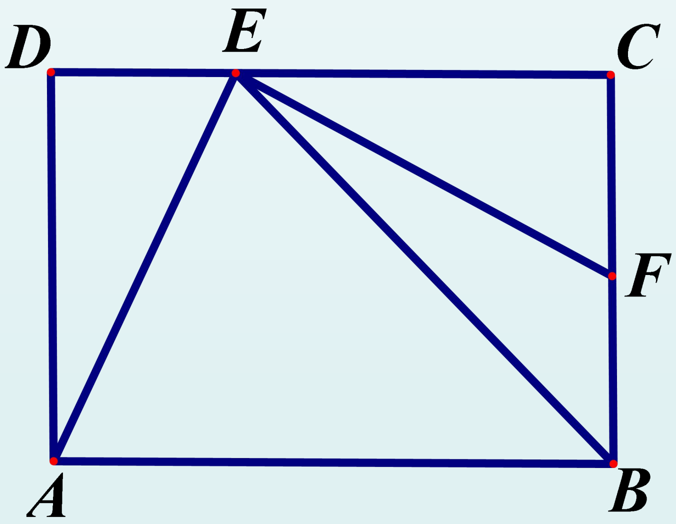
∴四边形$ABED$的面积= $\frac{1}{2}$ (4+8)× $4\sqrt{3}$ = $24\sqrt{3}$.



5．如图，在矩形ABCD中，BE平分∠ABC，交CD于点E，点F在边BC上，

（1）如果FE⊥AE，求证FE=AE.

（2）如果FE=AE，你能证明FE⊥AE吗？



证明：（1）∵BE平分∠ABC，∴∠ABE=∠CBE，

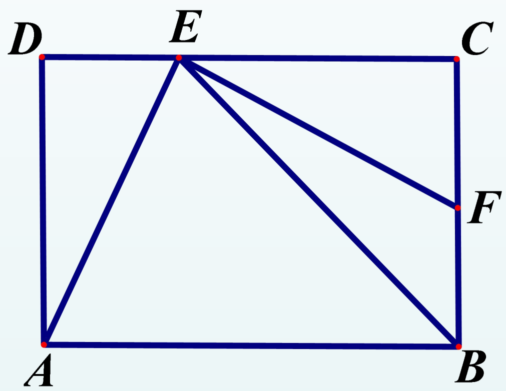
∵矩形对边AB∥CD， ∴∠ABE=∠BEC，

∴∠CBE=∠BEC， ∴BC=CE，

∵矩形ABCD的对边AD=BC， ∴AD=CE，

∵FE⊥AE， ∴∠AED+∠CEF=90°，

∵∠DAE+∠AED=90°， ∴∠DAE=∠CEF，



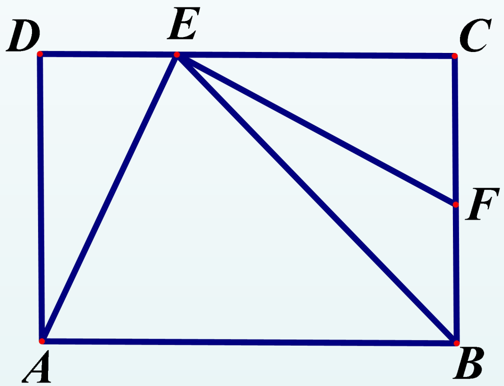
在△ADE和△ECF中，

$$\begin{cases} \angle DAE = \angle CEF \\ AD = CE \\ \angle C = \angle D = 90^\circ \end{cases}$$

∴△ADE≌△ECF(ASA), ∴FE=AE

（2）同（1）可证AD=CE，

在Rt△ADE和Rt△ECF中，



$$\begin{cases} FE = AE \\ AD = CE \end{cases}$$

∴Rt△ADE≌Rt△ECF（HL），∴∠DAE=∠CEF，

∴∠AED+∠CEF=∠AED+∠DAE=90°，

∴∠AEF=180°-（∠AED+∠CEF）=180°-90°=90°，∴FE⊥AE.

课堂小结

矩形的性质

具有平行四边行的一切性质

轴对称图形　　有两条对称轴

矩形的性质定理　　四个内角都是直角，两条对角线相等

课后作业