

# 第二十二章 四边形

## 22.5 菱形

### 第1课时 菱形的性质

导入新课

讲授新课

当堂练习

课堂小结

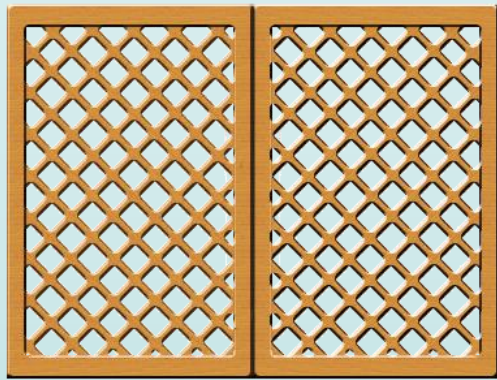
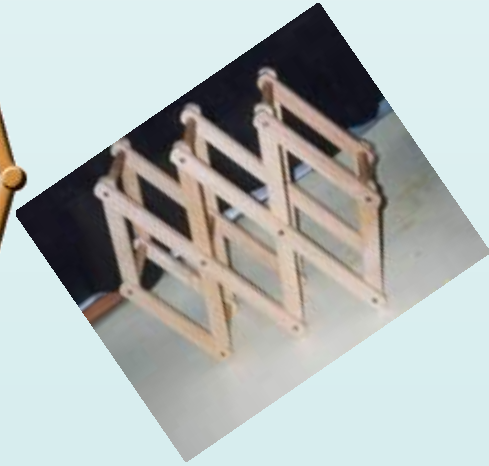
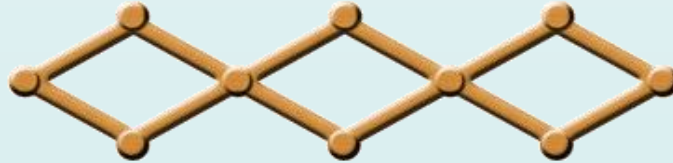
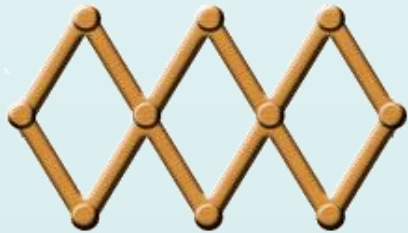


## 学习目标

- 1.了解菱形的概念及其与平行四边形的关系；
- 2.探索并证明菱形的性质定理.（重点）
- 3.应用菱形的性质定理解决相关问题.（难点）

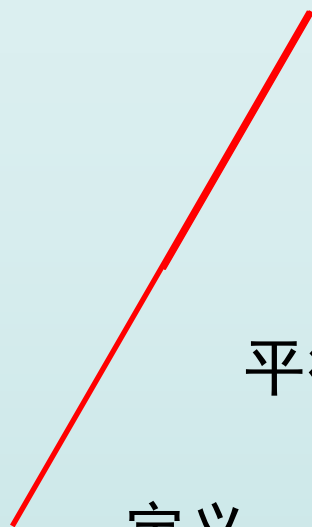
图片引入

下面的图形中有你熟悉的吗？



# 菱形的性质

问题1: 观察上图中的这些平行四边形，你能发现它们有什么样的共同特征？



平行四边形

菱形

定义：有一组邻边相等的平行四边形叫做菱形。

问题2: 菱形与平行四边形有什么关系?

平行四边形集合  
平行四边形

菱形集合

**归纳** 菱形是特殊的平行四边形，它具有平行四边形的所有性质，但平行四边形不一定是菱形.

## 活动探究

1.做一做：请同学们用菱形纸片折一折，回答下列问题：

问题1：菱形是轴对称图形吗？如果是，它有几条对称轴？对称轴之间有什么位置关系？

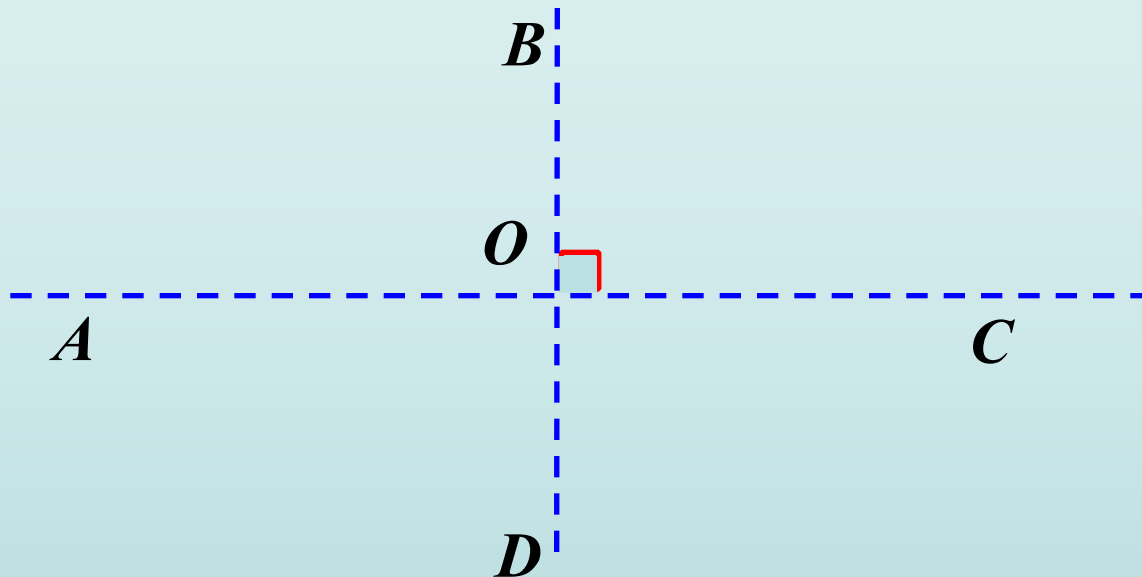
问题2：菱形中有哪些相等的线段？

## 2.发现菱形的性质:

菱形是轴对称图形, 有两条对称轴(直线 $AC$ 和直线 $BD$ ).

菱形四条边都相等( $AB=BC=CD=AD$ ).

菱形的对角线互相垂直( $AC \perp BD$ ), 且每条对角线平分一组对角( $\angle ADB = \angle CDB$ ,  $\angle ABD = \angle CBD$ ,  $\angle DAC = \angle BAC$ ,  $\angle DCA = \angle BCA$ ).



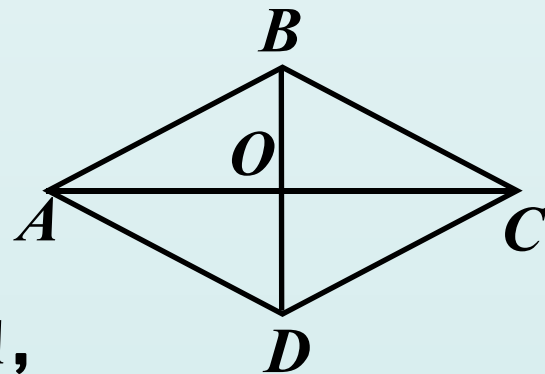
### 3.证明菱形性质:

已知: 如图, 在菱形 $ABCD$ 中,  $AB=AD$ , 对角线 $AC$ 与 $BD$ 相交于点 $O$ .

求证: (1)  $AB = BC = CD = AD$ ;

(2)  $AC \perp BD$ ;

(3)  $\angle DAC = \angle BAC$ ,  $\angle DCA = \angle BCA$ ,  
 $\angle ADB = \angle CDB$ ,  $\angle ABD = \angle CBD$ .



证明: (1)  $\because$  四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AB = CD$ ,  $AD = BC$  (菱形的对边相等).

又 $\because AB = AD$ ;

$\therefore AB = BC = CD = AD$ .



(2)  $\because AB = AD,$

$\therefore \triangle ABD$ 是等腰三角形.

又 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore OB = OD$ . (菱形的对角线互相平分)

在等腰三角形 $ABD$ 中,

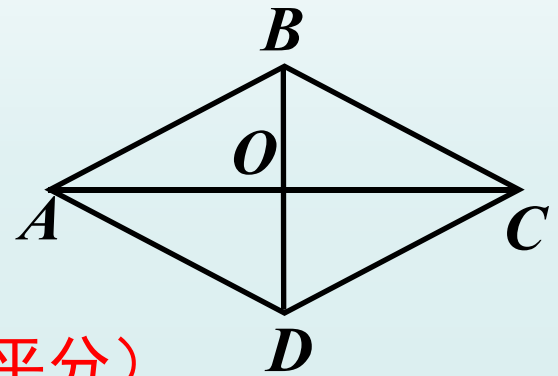
$\because OB = OD,$

$\therefore AO \perp BD, AO$ 平分 $\angle BAD,$

即 $AC \perp BD, \angle DAC = \angle BAC.$

同理可证 $\angle DCA = \angle BCA,$

$\angle ADB = \angle CDB, \angle ABD = \angle CBD.$



## 4. 归纳结论

菱形是特殊的平行四边形，它除具有平行四边形的所有性质外，还有平行四边形所没有的特殊性质.

### 菱形的特殊性质

对称性：是轴对称图形.

边：四条边都相等.

对角线：互相垂直，且每条对角线平分一组对角.

### 平行四边形的性质

角：对角相等.

边：对边平行且相等.

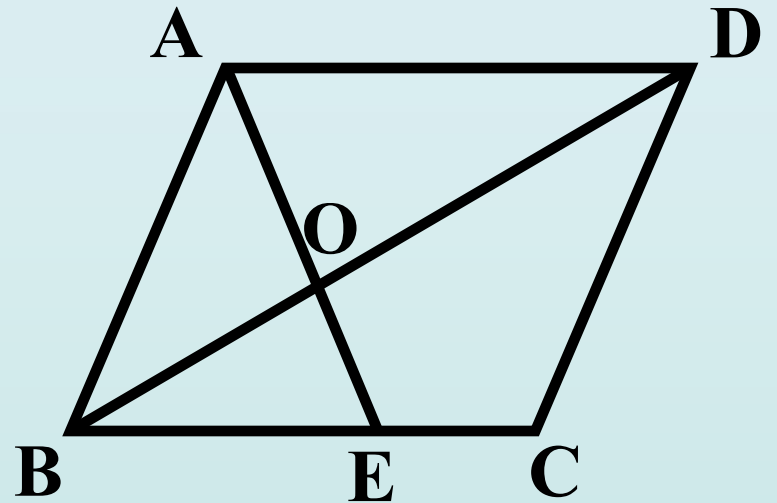
对角线：相互平分.

## 典例精析

例1.如图，E为菱形ABCD边BC上一点，且 $AB=AE$ ，AE交BD于O，且 $\angle DAE=2\angle BAE$ ，

求证： $EB=OA$ ；

分析：要证 $EB=OA$ ，只需证它们所在的三角形全等，即 $\triangle AOD \cong \triangle BEA$ 。



证明：∵ 四边形ABCD为菱形，

∴  $AD \parallel BC$ ,  $AD=BA$ ,

$\angle ABC = \angle ADC = 2\angle ADB$

∴  $\angle DAE = \angle AEB$

∵  $AB=AE$ , ∴  $\angle ABC = \angle AEB$

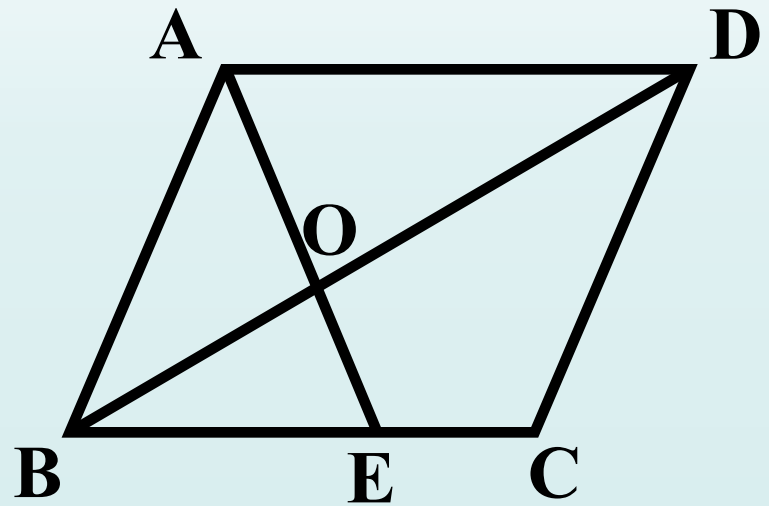
∴  $\angle ABC = \angle DAE$

∵  $\angle DAE = 2\angle BAE$ , ∴  $\angle BAE = \angle ADB$

又∵  $AD=BA$

∴  $\triangle AOD \cong \triangle BEA$

∴  $AO=BE$



例2.如图，菱形ABCD的周长为16cm， $\angle ABC=120^\circ$ ，  
对角线AC、BD相交于点O，求对角线BD和AC的长.

解： $\because AB+BC+CD+AD=16\text{cm}$ ,

$\therefore AB=BC=CD=AD=4\text{cm}$ .

$\because$  BD平分 $\angle ABC$ ,  $\angle ABC=120^\circ$ ,

$\therefore \angle ABD=60^\circ$

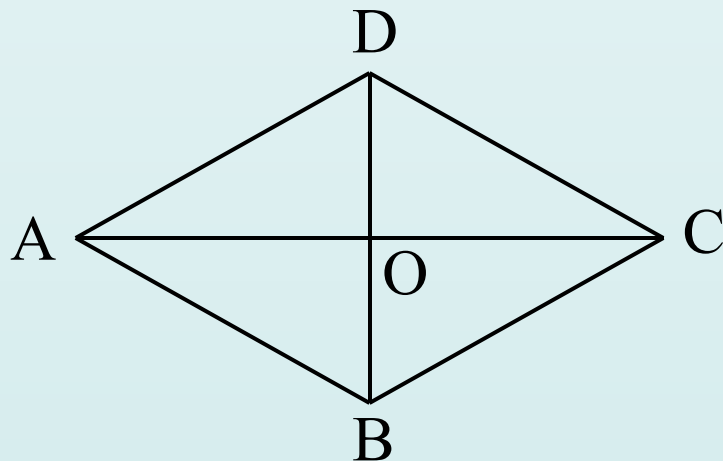
$\therefore \triangle ABD$ 是等边三角形.

$\therefore BD=AB=4\text{cm}$ .

在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中， $OB=2\text{cm}$ ,

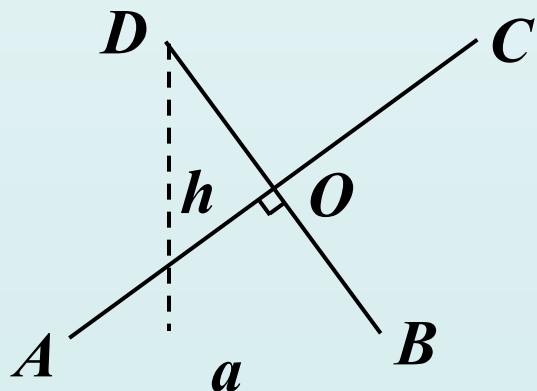
$$AO = \sqrt{AB^2 - OB^2} = 2\sqrt{3}\text{ cm},$$

$$AC = 2AO = 4\sqrt{3}\text{ cm}.$$



## 补充拓展

菱形的面积计算公式：



$$(1) S = a \cdot h.$$

$$(2) S = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD}$$

$$= \frac{1}{2} AO \cdot DB + \frac{1}{2} CO \cdot DB$$

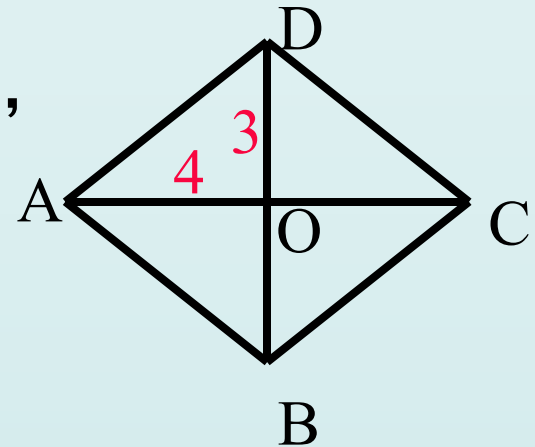
$$= \frac{1}{2} AC \cdot DB. \text{ 菱形的面积对角线乘积的一半.}$$

## 当堂练习

### 1. 填空

(1) 菱形ABCD中， $\angle ABC = 60^\circ$ ，则 $\angle BAC = \underline{60^\circ}$ 。

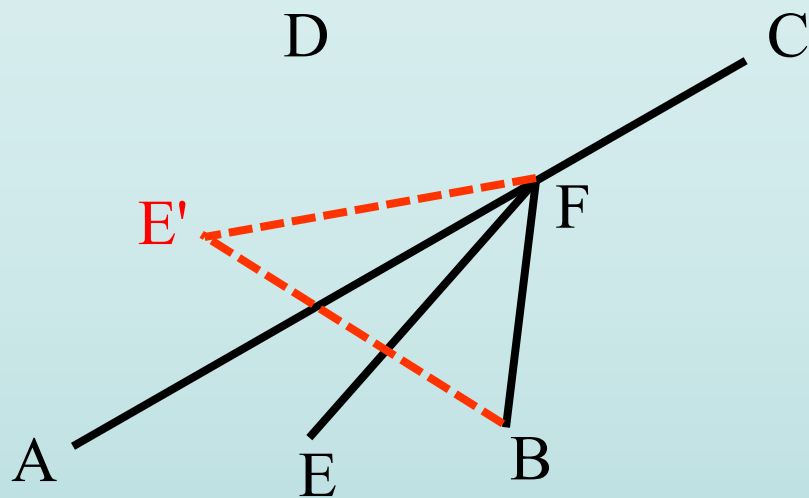
(2) 若菱形两条对角线长分别为6cm和8cm，  
则菱形的边长是 5cm。



(3) 菱形的一个内角为 $120^\circ$ ，平分这个内角的对角线长为  
11cm，菱形的周长为 44cm。

(4)菱形的面积为64平方厘米，两条对角线的比为1:2，那么菱形的边长为8厘米。

(5)如图，在边长为6的菱形ABCD中， $\angle DAB=60^\circ$ ，E是AB的中点，F是AC上的动点，则EF+BF的最小值为 $3\sqrt{3}$





## 2.选择

(1)菱形具有而一般平行四边形不具有的性质是 ( C )

A.对角相等

B.对边相等

C.对角线互相垂直

D.对角线相等

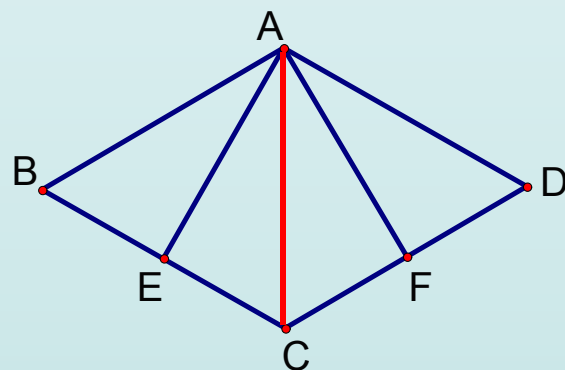
(2)在菱形ABCD中， $AE \perp BC$ ， $AF \perp CD$ ，  
E、F分别为BC，CD的中点，那么 $\angle EAF$   
的度数是 ( B )

A. $75^\circ$

B. $60^\circ$

C. $45^\circ$

D. $30^\circ$



3.已知:如图,四边形ABCD是边长为13cm的菱形,其中对角线BD长10cm.

求:(1)对角线AC的长度;

(2)菱形ABCD的面积.

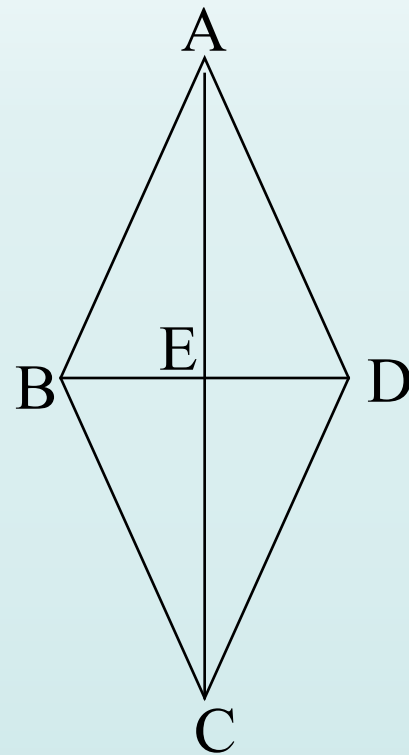
解:(1)  $\because$  四边形ABCD是菱形,

$$\therefore \angle AED = 90^\circ, DE = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm}).$$

$$\therefore AE = \sqrt{AD^2 - DE^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(\text{cm}).$$

$$\therefore AC = 2AE = 2 \times 12 = 24(\text{cm}).$$

$$\begin{aligned} \text{(2) 菱形ABCD的面积} &= \frac{1}{2} \times BD \times AC \\ &= \frac{1}{2} \times 10 \times 24 = 120(\text{cm}^2). \end{aligned}$$



## 菱形的性质

- 1.四边相等
- 2.对角线互相垂直平分

## 菱形的性质

## 有关计算

- 1.周长：边长的四倍
- 2.面积：两条对角线乘积的一半

# 课后作业