29.3切线的性质和判定

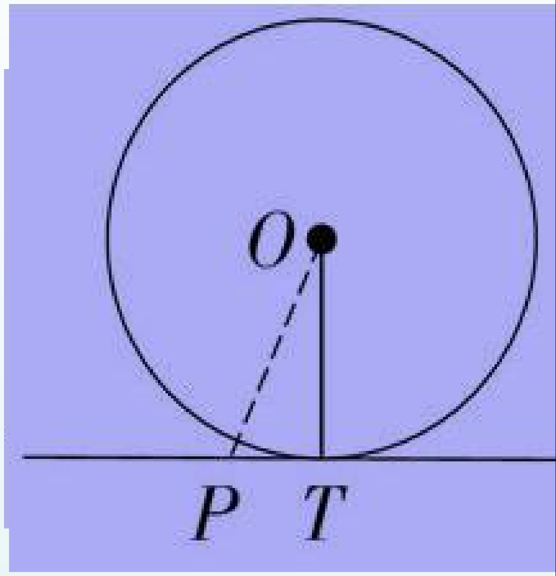
复习

1. 直线和圆有哪些位置关系？

2. 我们学习过哪些切线的判断方法？

共同探究1:

如图所示,直线l为⊙O的一条切线,切点为T,OT为半径.在直线l上任取一点P,连接OP.观察OT和OP的数量关系,猜想OT与切线l具有怎样的位置关系



思考:

- 假设猜想不成立,即假设________,则过点O作$OP\perp l$,垂足为P.则OP________OT(填“>”“<”或“=”),即圆心O到直线l的距离________圆的半径.则直线l与圆的位置关系为________.这与直线与⊙O相切矛盾.

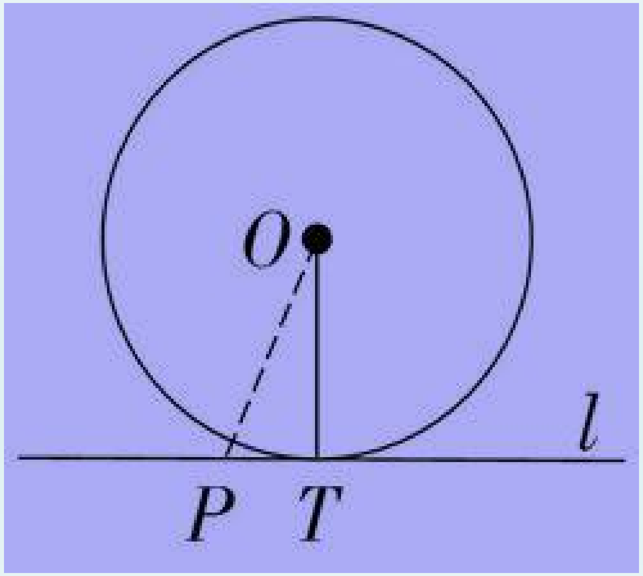
如图示,假设OT与l不垂直.过点O作$OP\perp l$,垂足为P.

∵ OP是垂线段,所以$OP<OT$(垂线段最短),即圆心O到直线l的距离小于圆的半径.

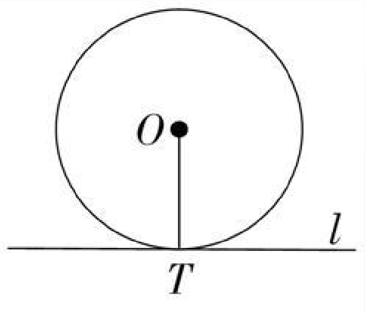
∴由此得到直线l与⊙O相交.

∴ 这和直线l与⊙O相切矛盾,

∴ $OT\perp l$.



【思考2】



1.如何用语言叙述上述结论?

2.如何用几何语言表示你得出的结论?

切线的性质定理：圆的切线垂直于过切点的半径.

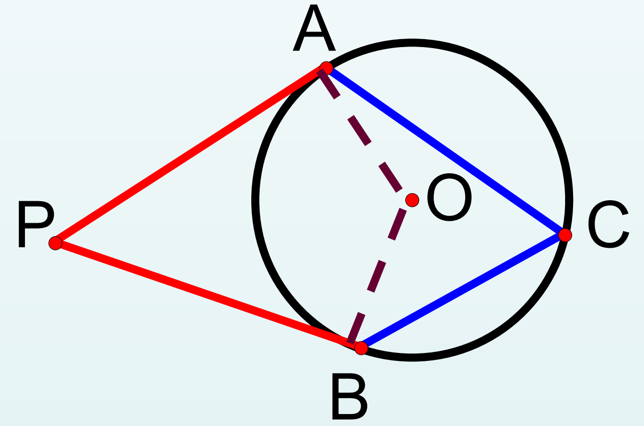
几何语言:如图所示,∵直线l切⊙O于T,

∴$OT\perp l$.

辅助线作法：连接圆心与切点可得半径与切线垂直。即“连半径，得垂直”。

〖例1〗

PA、PB是⊙ O的切线，切点分别为A、B，C是⊙ O上一点，若∠APB=40°，求∠ACB的度数.



解：连结*OA* *OB*

∵ PA、PB是⊙ *O*的切线

∴*OA*⊥*PA* *OB*⊥*PB*

又∵ ∠APB=40°

∴∠AOB=140 °

又∵弧*AB*=弧*AB*

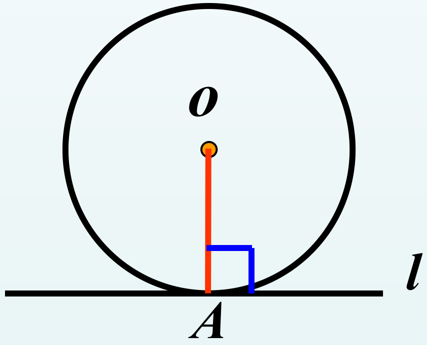
∴∠AOB=2∠ACB

∴ ∠ACB=70 °

共同探究2：

如图，在⊙ O中经过半径OA的外端点A作直线$l \perp OA$,则

（1）圆心O到直线 l 的距离是多少？



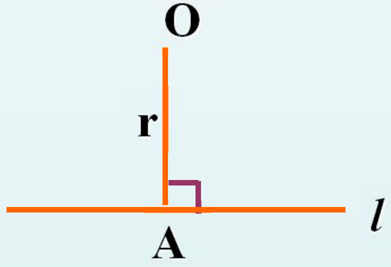
（2）直线 l 和⊙ O有什么位置关系?

这时圆心O到直线 l 的距离就是⊙ O的半径.

由$d=r$ ⟹ 直线 l 是⊙ O的切线.

切线的判定定理　经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线。

几何符号表达：



∵ OA是⊙O半径，OA⊥l于A

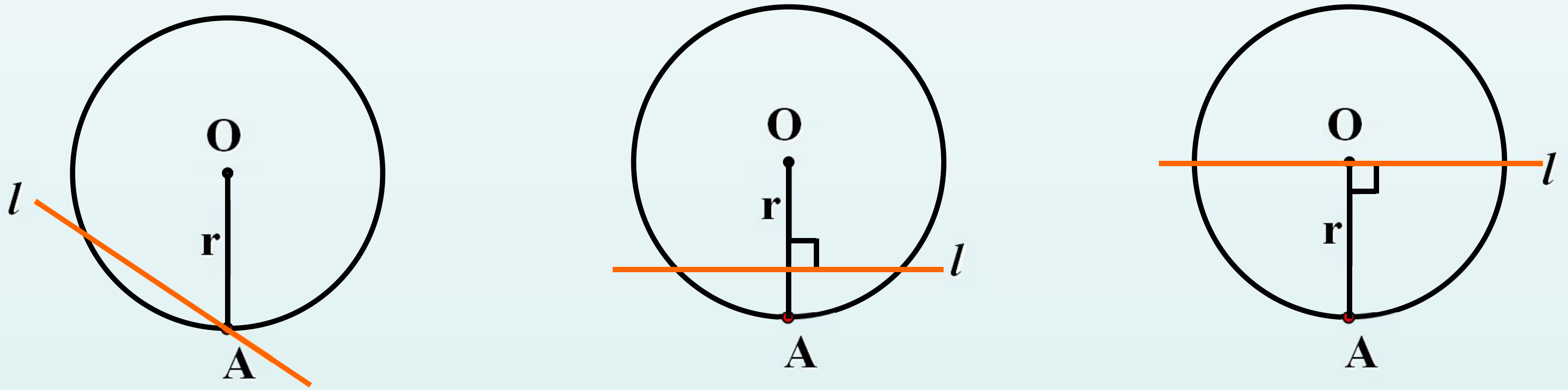
∴ l是⊙O的切线。

判 断

1. 过半径的外端的直线是圆的切线（ × ）

2. 与半径垂直的直线是圆的切线（ × ）

3. 过半径的端点与半径垂直的直线是圆的切线（ × ）



利用判定定理时，要注意直线须具备以下两个条件, 缺一不可:

(1) 直线经过半径的外端;

(2) 直线与这半径垂直。

想一想

判断一条直线是圆的切线，你现在会有多少种方法?

有以下三种方法:

1. 利用切线的定义:与圆有唯一公共点的直线是圆的切线。

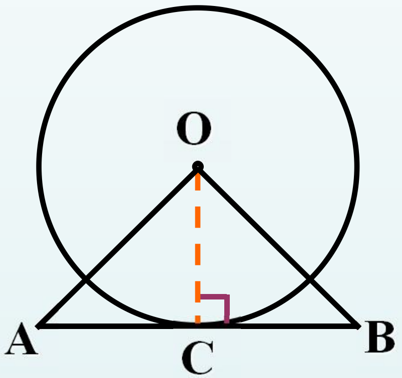
2. 利用d与r的关系作判断:当d＝r时直线是圆的切线。

3. 利用切线的判定定理:经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线。

〖例2〗

已知：直线AB经过⊙ O上的点C，并且 OA=OB，CA=CB。

求证：直线AB是⊙ O的切线。



分析：由于AB过⊙O上的点C，所以连接OC，只要证明AB⊥OC即可。

证明：连结OC(如图)。

∵ OA＝OB, CA＝CB,

∴ OC是等腰三角形OAB底边AB上的中线。

∴ AB⊥OC。

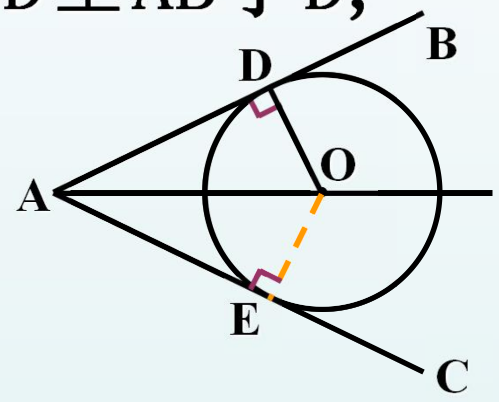
∵ OC是⊙O的半径

∴ AB是⊙O的切线。

〖例3〗

已知：O为∠BAC平分线上一点，OD⊥AB于D，以O为圆心，OD为半径作⊙O。

求证：⊙O与AC相切。



证明：过O作OE⊥AC于E。

∵ AO平分∠BAC，OD⊥AB

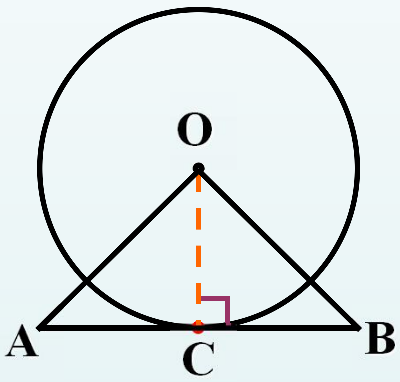
∴ OE＝OD

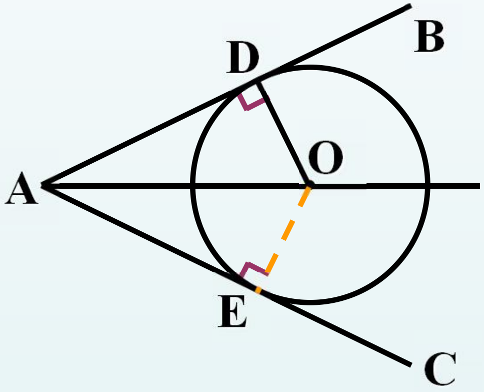
∵ OD是⊙O的半径

∴ AC是⊙O的切线。

小 结

例2与例3的证法有何不同?





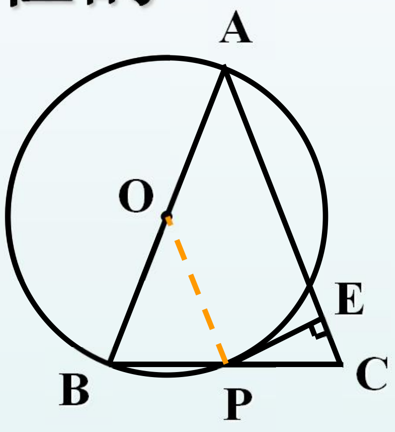
(1) 如果已知直线经过圆上一点, 则连结这点和圆心, 得到辅助半径, 再证所作半径与这直线垂直。简记为：连半径, 证垂直。

(2) 如果已知条件中不知直线与圆是否有公共点, 则过圆心作直线的垂线段为辅助线, 再证垂线段长等于半径长。简记为：作垂直, 证半径。

练 习

如图,△ABC中，AB=AC，以AB为直径的⊙O交边BC于P，PE⊥AC于E。

求证:PE是⊙O的切线。



证明：连结OP。

∵AB=AC,∴∠B=∠C。

∵OB=OP，∴∠B=∠OPB,

∴∠OBP=∠C。

∴OP∥AC。

∵PE⊥AC,

∴PE⊥OP。

∴PE为⊙O的切线。

课堂小结

1．判定切线的方法有哪些？

直线l	与圆有唯一公共点	l是圆的切线
	与圆心的距离等于圆的半径	l是圆的切线
	经过半径外端且垂直这条半径	l是圆的切线

2．常用的添辅助线方法？

⑴直线与圆的公共点已知时，作出过公共点的半径，再证半径垂直于该直线。（连半径，证垂直）

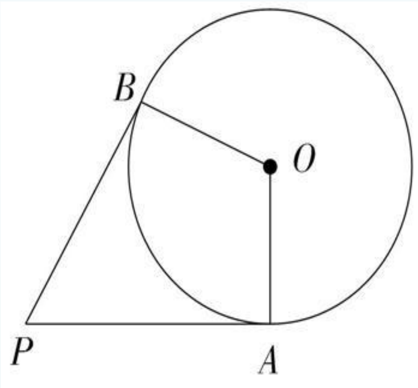
⑵直线与圆的公共点不确定时，过圆心作直线的垂线段，再证明这条垂线段等于圆的半径。（作垂直，证半径）

3． 圆的切线性质定理：圆的切线垂直于圆的半径。

辅助线作法：连接圆心与切点可得半径与切线垂直。
即“连半径，得垂直”。

1.(2016·长春中考)如图所示,PA,PB是⊙O的切线,切点分别为A,B.若OA=2,∠P=60°,则弧AB的长为(C)

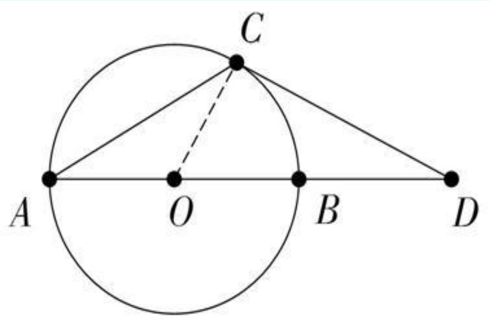
A. $\frac{2}{3}\pi$　B. π　C. $\frac{4}{3}\pi$　D. $\frac{5}{3}\pi$



2.如图所示,若⊙O的直径AB与弦AC的夹角为30°,切线CD与AB的延长线交于点D,且⊙O的半径为2,则CD的长为　(A)

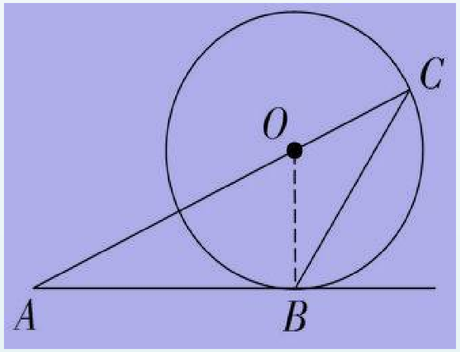
A.$2\sqrt{3}$　B.$4\sqrt{3}$

C.2　D.4



3.如图所示,从$\odot O$外一点A引圆的切线AB,切点为B,连接AO并延长交圆于点C,连接BC,若$\angle A=26°$,则$\angle ACB=$____32°____.

解析:连接OB,易得$OB\perp AB$,由$\angle A=26°$,得$\angle AOB=64°$,从而求得$\angle ACB=32°$.故填32°.



再见！