

第30章 二次函数

30.4 二次函数的应用

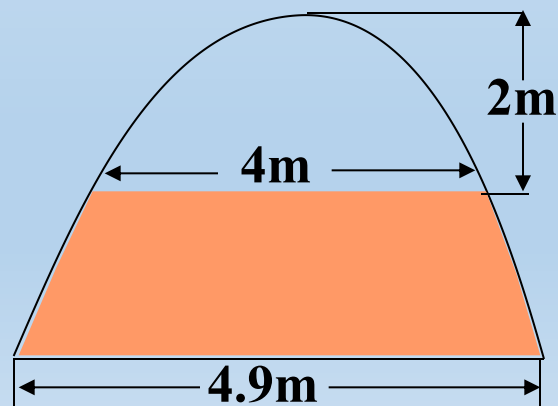
- 1、请你依据题意把数据标在图上。
- 2、请你建立适当的直角坐标系，并标出抛物线上点的坐标。
- 3、请你选择其中一种建立方式，求出函数解析式。
- 4、如何解决问题？

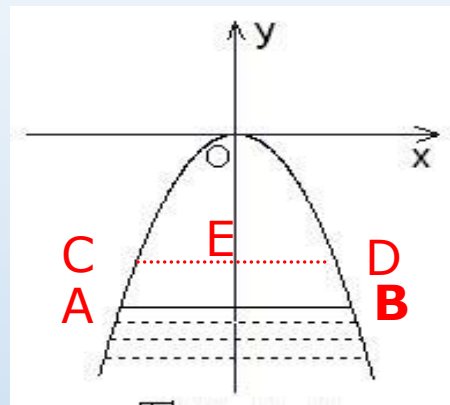
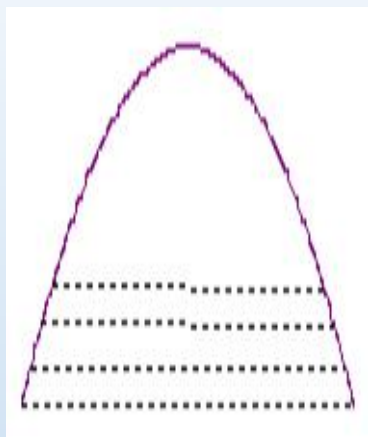
动脑筋



一座拱桥的纵截面是抛物线的异端，拱桥的跨度是4.9米，水面宽是4米时，拱顶离水面2米，如图．想了解水面宽度变化时，拱顶离水面的高度怎样变化．

你能想出办法来吗？





分析：

根据题意，要求CD宽，只要求出ED的长度。在图示的直角坐标系中，即只要求出点D的横坐标。又因为点D在桥洞所成的抛物线上，故应先求出抛物线所对应的函数关系式。

你能想出办法来吗？



建立函数模型

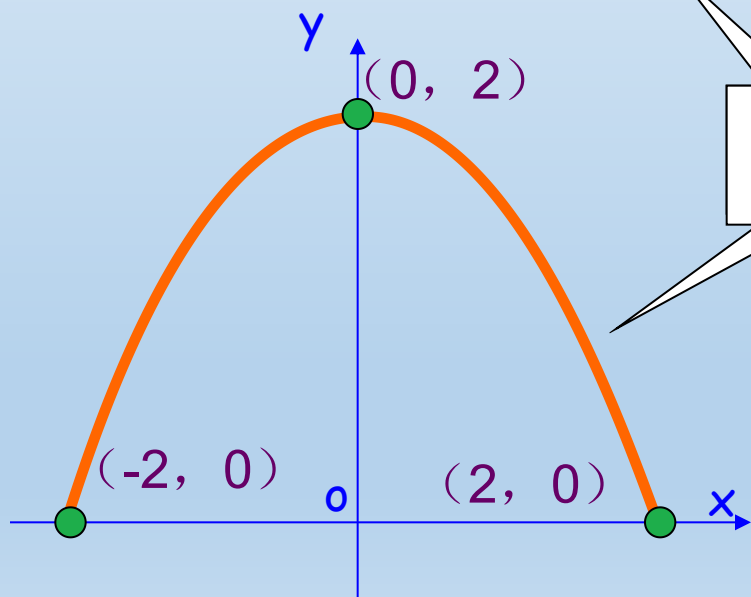
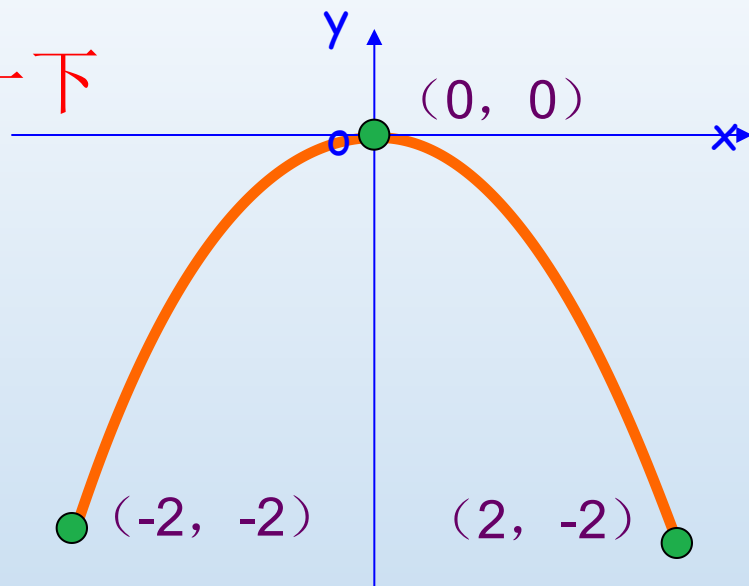
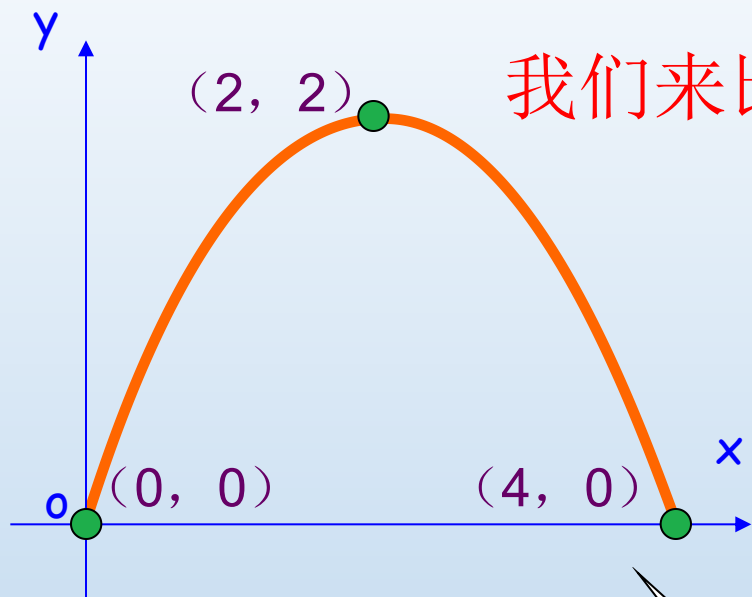


这是什么样的函数呢？

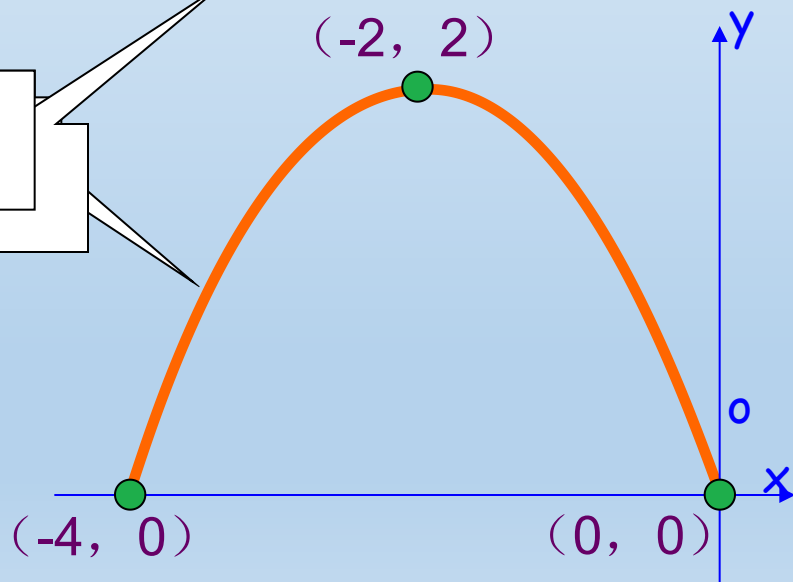


拱桥的纵截面是抛物线
应当是某个二次函数的图
象

我们来比较一下



谁最合适



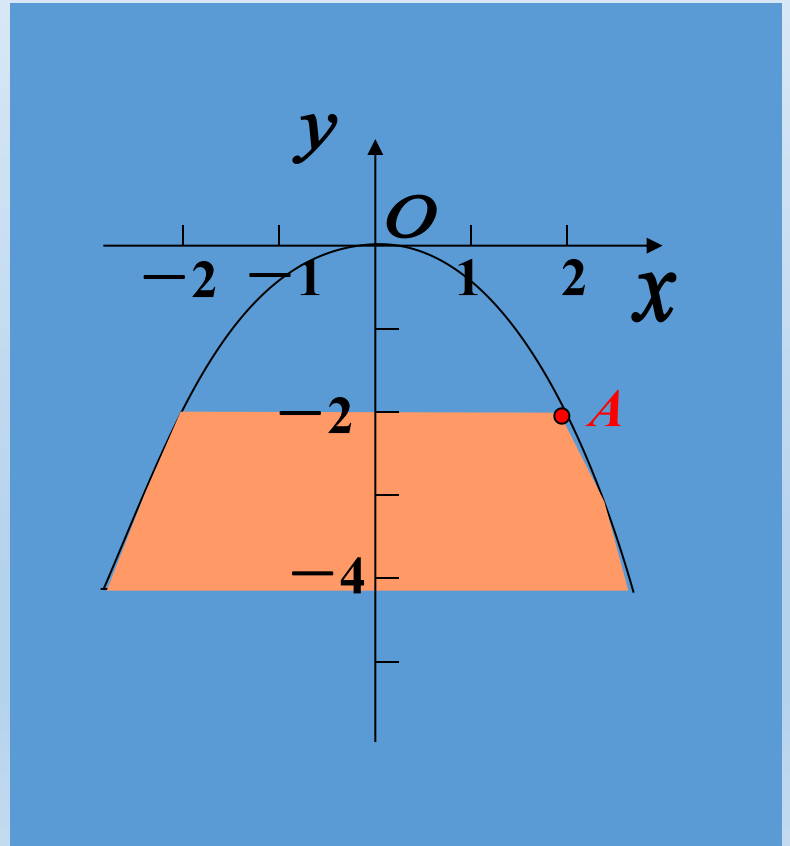
怎样建立直角坐标系比较简单呢？



以拱顶为原点，抛物线的对称轴为y轴，建立直角坐标系，如图。

从图看出，什么形式的二次函数，它的图象是这条抛物线呢？

由于顶点坐标是 $(0,0)$ ，因此这个二次函数的形式为 $y = ax^2$



如何确定 a 是多少？

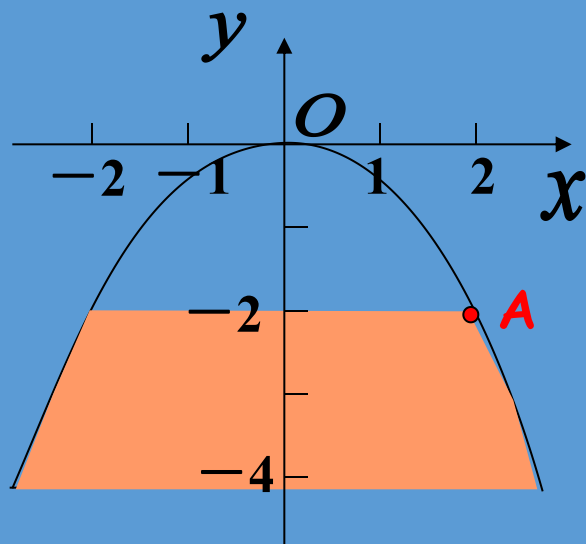
已知水面宽4米时，拱顶离水面高2米，因此点 $A(2, -2)$ 在抛物线上由此得出

$$-2 = a \cdot 2^2$$

解得

$$a = -\frac{1}{2}$$

因此， $y = -\frac{1}{2}x^2$ 其中 $|x|$ 是水面宽度的一半， y 是拱顶离水面高度的相反数，这样我们可以了解到水面宽变化时，拱顶离水面高度怎样变化。



由于拱桥的跨度为4.9米，因此自变量 x 的取值范围是：

$$-2.45 \leq x \leq 2.45$$

现在你能求出水面宽3米时，拱顶离水面高多少米吗？

水面宽3m时 $x = \frac{3}{2}$ 从而

$$y = -\frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{9}{8} = -1.125$$

因此拱顶离水面高1.125m



你是否体会到：从实际问题建立起函数模型，对于解决问题是有效的？

例1. 如图，一位运动员在距篮下4m处起跳投篮，球运行的路线是抛物线，当球运行的水平距离是2.5m时，球达到最大高度3.5m，已知篮筐中心到地面的距离3.05m，问球出手时离地面多高时才能中？

解：建立如图所示的直角坐标系，则球的最高点和球篮的坐标分别为 $B(0,3.5)$ 、 $C(1.5,3.05)$ 。

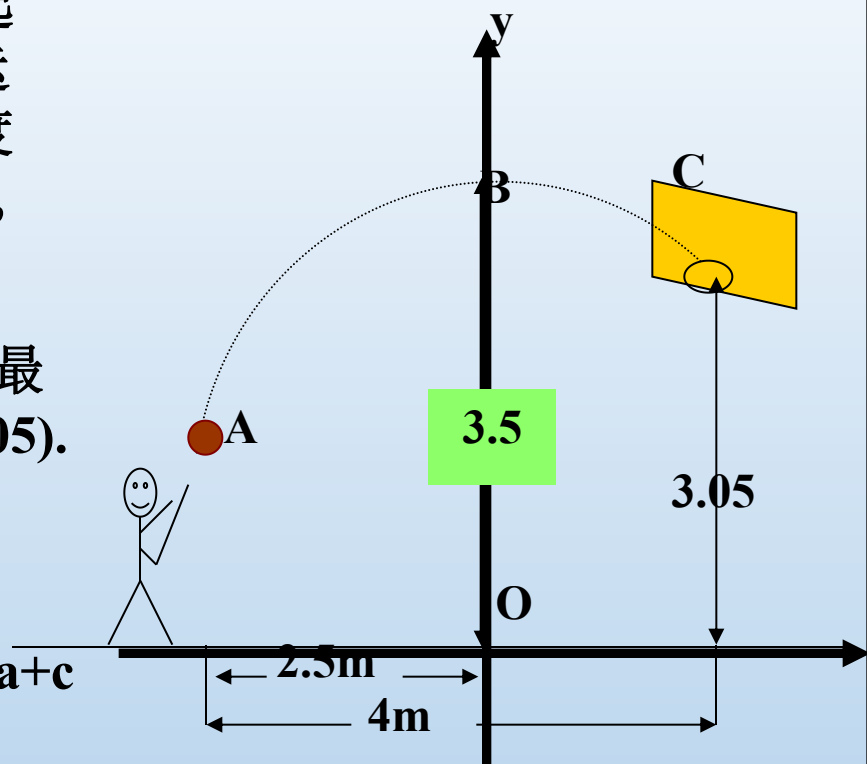
设所求的二次函数的表达式为 $y=ax^2+c$ 。

将点B和点C的坐标代入，得
$$\begin{cases} 3.5=c \\ 3.05=1.5^2a+c \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} a=-0.2 \\ c=3.5 \end{cases}$$

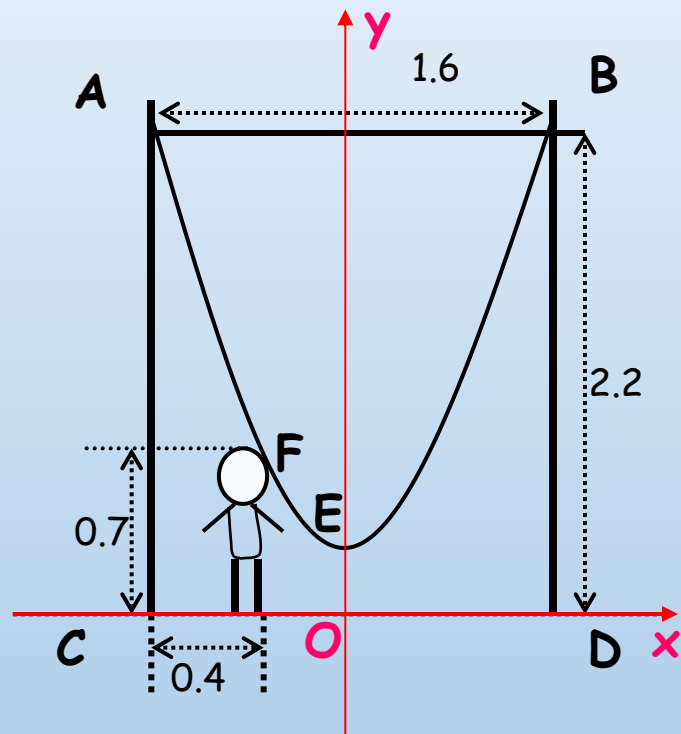
∴该抛物线的表达式为 $y=-0.2x^2+3.5$

球的出手点A的横坐标为-2.5，将 $x=-2.5$ 代入抛物线表达式得 $y=2.25$ ，即当出手高度为2.25m时，才能投中。



随堂练习

1. 如图，一单杠高**2.2**米，两立柱之间的距离为**1.6**米，将一根绳子的两端栓于立柱与铁杠结合处，绳子自然下垂呈抛物线状。一身高**0.7**米的小孩站在离立柱**0.4**米处，其头部刚好触上绳子，求绳子最低点到地面的距离。



解：如图以CD所在的直线为X轴，CD的中垂线为Y轴建立直角坐标系 则 $B(0.8, 2.2)$ ， $F(-0.4, 0.7)$

设 $y = ax^2 + k$ ，从而有

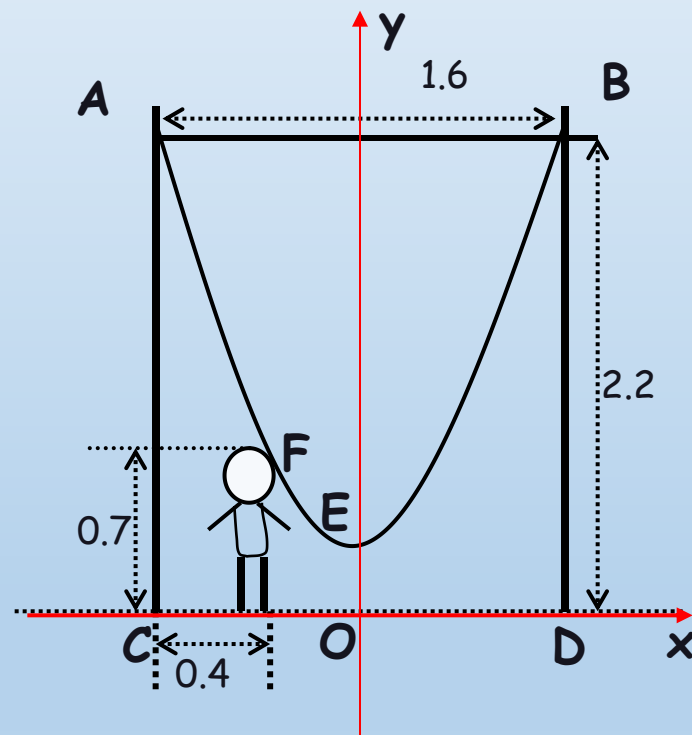
$$\begin{cases} 0.64a + k = 2.2 \\ 0.16a + k = 0.7 \end{cases}$$

解得：

$$\begin{cases} a = \frac{25}{8} \\ k = 0.2 \end{cases}$$

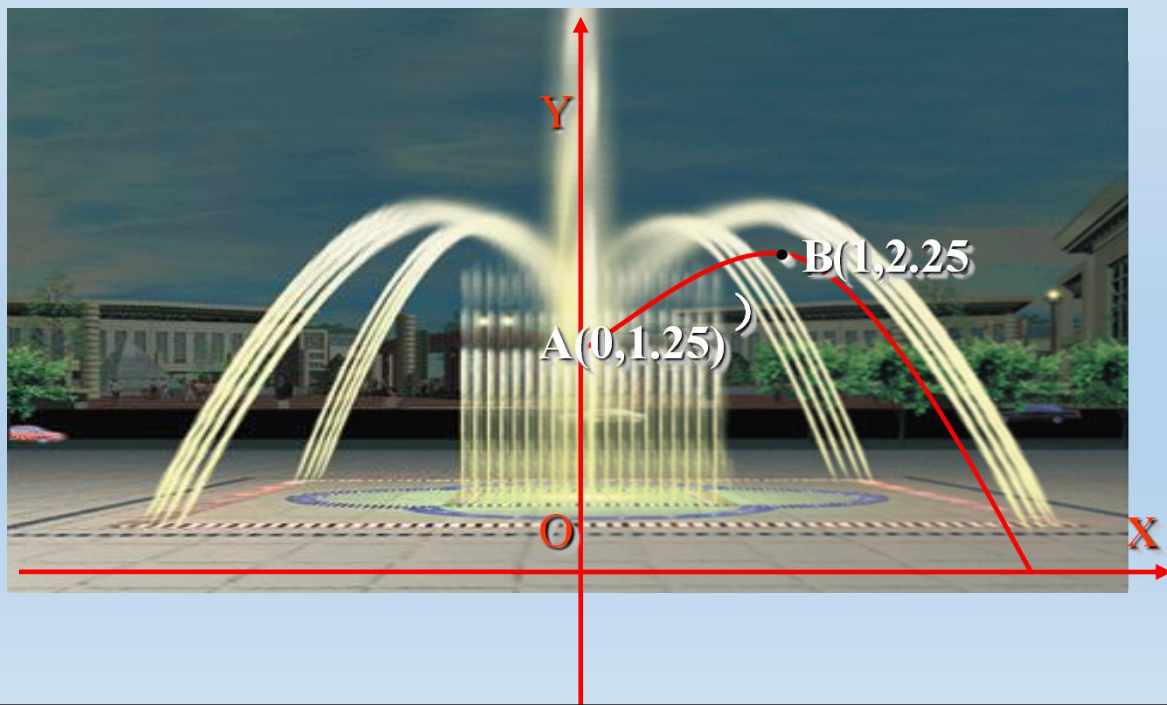
所以， $y = \frac{25}{8}x^2 + 0.2$

顶点 $E(0, 0.2)$



所以，绳子最低点到地面的距离为 0.2米。

2. 如图是某公园一圆形喷水池，水流在各方向沿形状相同的抛物线落下，如果喷头所在处A (0, 1.25)，水流路线最高处B (1, 2.25)，则该抛物线的解析式为 $y = -(x-1)^2 + 2.25$ 。如果不考虑其他因素，那么水池的半径至少要2.5米，才能使喷出的水流不致落到池外。



知识梳理



解题步骤:

1. 分析题意，把实际问题转化为数学问题，画出图形.
2. 根据已知条件建立适当的平面直角坐标系.
3. 选用适当的解析式求解.
4. 根据二次函数的解析式解决具体的实际问题.

结束语

人生的价值，并不是用时间，而是用深度去衡量的。

——列夫·托尔斯泰