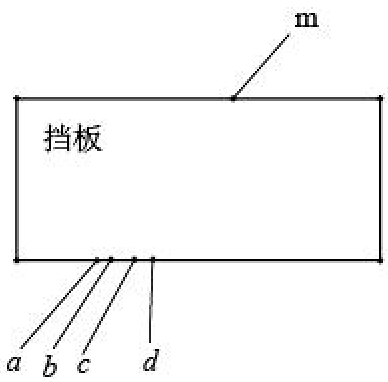
2021年河北省中考数学试题及答案解析

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

评卷人	得分

一、单选题

1．（河北省2021年）如图，已知四条线段a，b，c，d中的一条与挡板另一侧的线段m在同一直线上，请借助直尺判断该线段是（　　）



A．a　　B．b

C．c　　D．d

2．（河北省2021年）不一定相等的一组是（　　）

A．$a+b$与$b+a$　　B．$3a$与$a+a+a$

C．a^3与$a\cdot a\cdot a$　　D．$3(a+b)$与$3a+b$

3．（河北省2021年）已知$a>b$，则一定有$-4a\square-4b$，“W ”中应填的符号是（　　）

A．$>$　　B．$<$

C．$\geq$　　D．$=$

4．（河北省2021年）与$\sqrt{3^2-2^2-1^2}$结果相同的是（　　）．

A．$3-2+1$　　B．$3+2-1$

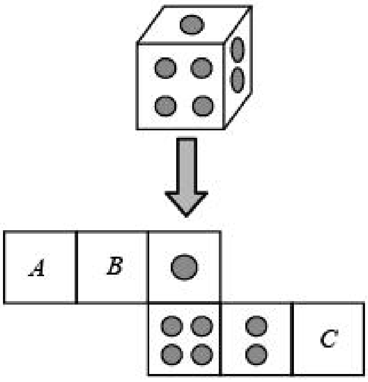
C．$3+2+1$　　D．$3-2-1$

5．（河北省2021年）能与$-\left(\frac{3}{4}-\frac{6}{5}\right)$相加得0的是（　　）

A．$-\frac{3}{4}-\frac{6}{5}$　　B．$\frac{6}{5}+\frac{3}{4}$

C．$-\frac{6}{5}+\frac{3}{4}$　　　　D．$-\frac{3}{4}+\frac{6}{5}$

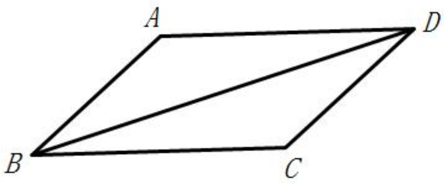
6．（河北省 2021 年）一个骰子相对两面的点数之和为 7，它的展开图如图，下列判断正确的是（　　）

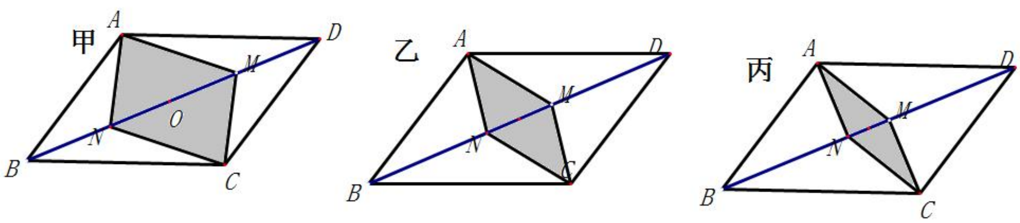


A．A 代表　　　　B．B 代表

C．C 代表　　　　D．B 代表

7．（河北省 2021 年）如图 1，$\square ABCD$ 中，$AD>AB$，$\angle ABC$ 为锐角．要在对角线 BD 上找点 N，M，使四边形 $ANCM$ 为平行四边形，现有图 2 中的甲、乙、丙三种方案，则正确的方案（　　）



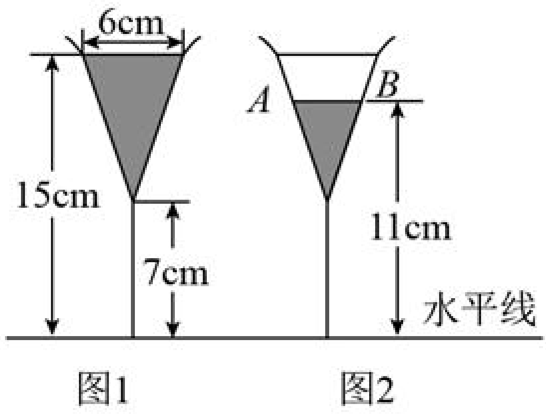


取 BD 中点 O，作 $BN=NO$，$OM=MD$	作 $AN\perp BD$ 于 N，$CM\perp BD$ 于 M	作 AN，CM 分别平分 $\angle BAD$，$\angle BCD$

A．甲、乙、丙都是　　　　B．只有甲、乙才是

C．只有甲、丙才是　　　　D．只有乙、丙才是

8．（河北省 2021 年）图 1 是装了液体的高脚杯示意图（数据如图），用去一部分液体后如图 2 所示，此时液面 $AB=$（　　）



A．1cm　　B．2cm

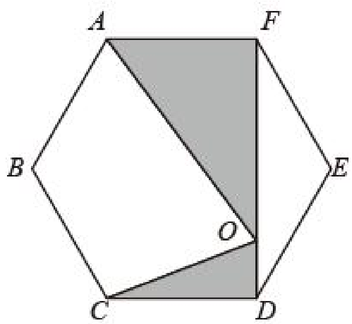
C．3cm　　D．4cm

9．（河北省 2021 年）若 $\sqrt[3]{3}$ 取 1.442，计算 $\sqrt[3]{3}-3\sqrt[3]{3}-98\sqrt[3]{3}$ 的结果是（　　）

A．-100　　B．-144．2

C．144.2　　D．-0.01442

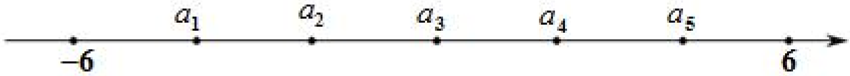
10．（河北省 2021 年）如图，点 O 为正六边形 $ABCDEF$ 对角线 FD 上一点，$S_{\triangle AFO}=8$，$S_{\triangle CDO}=2$，则 $S_{\text{正六边形}ABCDEF}$ 的值是（　　）



A．20　　B．30

C．40　　D．随点 O 位置而变化

11．（河北省 2021 年）如图，将数轴上-6 与 6 两点间的线段六等分，这五个等分点所对应数依次为 a_1，a_2，a_3，a_4，a_5，则下列正确的是（　　）



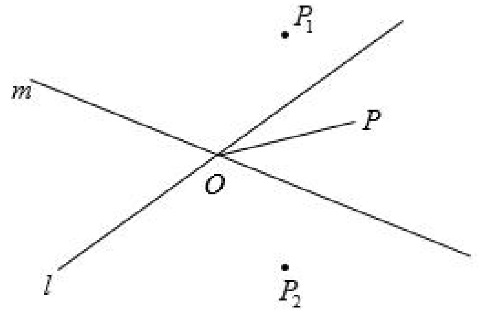
A．$a_3>0$

B．$|a_1|=|a_4|$

C．$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=0$

D．$a_2+a_5<0$

12.（河北省 2021 年）如图，直线l，m相交于点O．P为这两直线外一点，且$OP=2.8$.若点P关于直线l，m的对称点分别是点P_1，P_2，则P_1，P_2之间的距离可能是（　　）



A．0

B．5

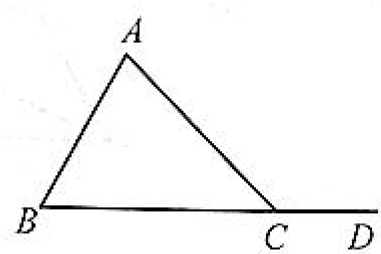
C．6

D．7

13．（河北省 2021 年）定理：三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和.

已知：如图，$\angle ACD$是　ABC的外角.

求证：$\angle ACD=\angle A+\angle B$.



证法 1：如图，

$\because \angle A+\angle B+\angle ACB=180°$（三角形内角和定理），

又$\because \angle ACD+\angle ACB=180°$（平角定义），

$\therefore \angle ACD+\angle ACB=\angle A+\angle B+\angle ACB$（等量代换）.

$\therefore \angle ACD=\angle A+\angle B$（等式性质）.

证法 2：如图，

∵ $\angle A=76^\circ$，$\angle B=59^\circ$，

且 $\angle ACD=135^\circ$（量角器测量所得），

又∵ $135^\circ=76^\circ+59^\circ$（计算所得），

∴ $\angle ACD=\angle A+\angle B$（等量代换）.

下列说法正确的是（　　）

A．证法 1 还需证明其他形状的三角形，该定理的证明才完整

B．证法 1 用严谨的推理证明了该定理

C．证法 2 用特殊到一般法证明了该定理

D．证法 2 只要测量够一百个三角形进行验证，就能证明该定理

14．（河北省 2021 年）小明调查了本班每位同学最喜欢的颜色，并绘制了不完整的扇形图 1 及条形图 2（柱的高度从高到低排列）．条形图不小心被撕了一块，图 2 中 “（　　）” 应填的颜色是（　　）

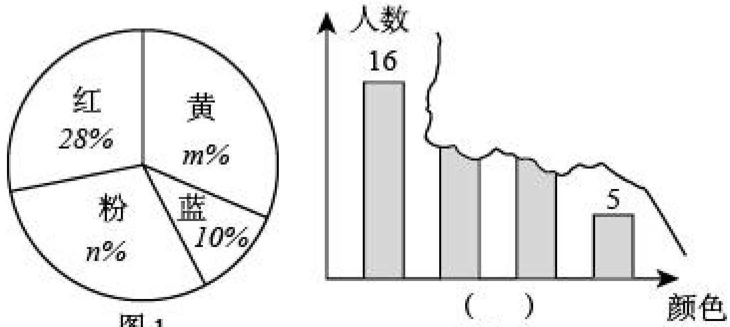


图 1　　图 2

A．蓝　　B．粉

C．黄　　D．红

15．（河北省 2021 年）由 $\left(\dfrac{1+c}{2+c}-\dfrac{1}{2}\right)$ 值的正负可以比较 $A=\dfrac{1+c}{2+c}$ 与 $\dfrac{1}{2}$ 的大小，下列正确的是（　　）

A．当 $c=-2$ 时，$A=\dfrac{1}{2}$　　B．当 $c=0$ 时，$A\neq\dfrac{1}{2}$

C．当 $c<-2$ 时，$A>\dfrac{1}{2}$　　D．当 $c<0$ 时，$A<\dfrac{1}{2}$

16．（河北省 2021 年）如图，等腰 AOB 中，顶角 $\angle AOB=40^\circ$，用尺规按①到④的步骤操作：

①以 O 为圆心，OA 为半径画圆；

②在⊙O上任取一点P（不与点A，B重合），连接AP；

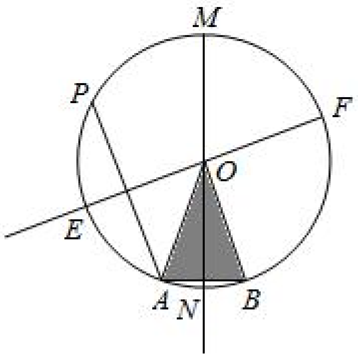
③作AB的垂直平分线与⊙O交于M，N；

④作AP的垂直平分线与⊙O交于E，F.

结论Ⅰ：顺次连接M，E，N，F四点必能得到矩形；

结论Ⅱ：⊙O上只有唯一的点P，使得$S_{扇形OFM}=S_{扇形OAB}$.

对于结论Ⅰ和Ⅱ，下列判断正确的是（　　）



A．Ⅰ和Ⅱ都对

B．Ⅰ和Ⅱ都不对

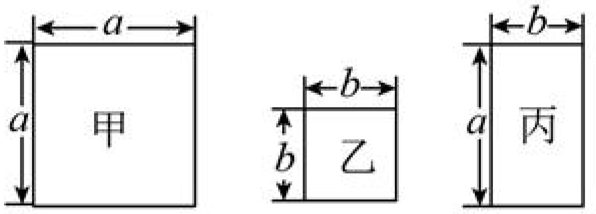
C．Ⅰ不对Ⅱ对

D．Ⅰ对Ⅱ不对

评卷人	得分

二、填空题

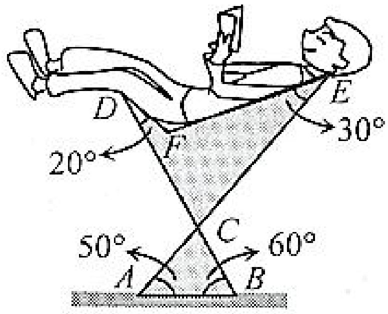
17．（河北省2021年）现有甲、乙、丙三种不同的矩形纸片（边长如图）．



（1）取甲、乙纸片各1块，其面积和为___________；

（2）嘉嘉要用这三种纸片紧密拼接成一个大正方形，先取甲纸片1块，再取乙纸片4块，还需取丙纸片___________块．

18．（河北省2021年）下图是可调躺椅示意图（数据如图），AE与BD的交点为C，且$\angle A$，$\angle B$，$\angle E$保持不变．为了舒适，需调整$\angle D$的大小，使$\angle EFD=110°$，则图中$\angle D$应___________（填“增加”或“减少”）___________度．



评卷人	得分

三、解答题

19．（河北省 2021 年）用绘图软件绘制双曲线m：$y=\frac{60}{x}$与动直线l：$y=a$，且交于一点，图 1 为$a=8$时的视窗情形．

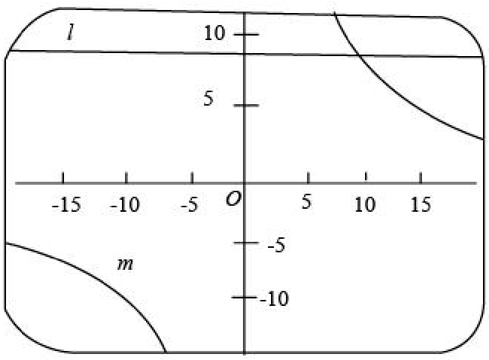


图1

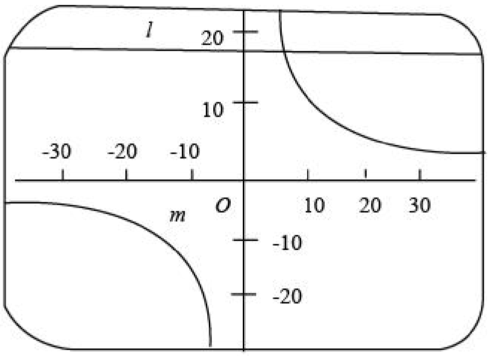


图2

（1）当$a=15$时，l与m的交点坐标为__________；

（2）视窗的大小不变，但其可视范围可以变化，且变化前后原点O始终在视窗中心．例如，为在视窗中看到（1）中的交点，可将图 1 中坐标系的单位长度变为原来的$\frac{1}{2}$，其可视范围就由$-15\le x\le 15$及$-10\le y\le 10$变成了$-30\le x\le 30$及$-20\le y\le 20$（如图 2）．当$a=-1.2$和$a=-1.5$时，l与m的交点分别是点A和B，为能看到m在A和B之间的一整段图象，需要将图 1 中坐标系的单位长度至少变为原来的$\frac{1}{k}$，则整数$k=$__________．

20．（河北省 2021 年）某书店新进了一批图书，甲、乙两种书的进价分别为 4 元/本、10 元/本．现购进m本甲种书和n本乙种书，共付款Q元．

（1）用含m，n的代数式表示Q；

（2）若共购进5×10^4本甲种书及3×10^3本乙种书，用科学记数法表示Q的值．

21．（河北省 2021 年）已知训练场球筐中有 A 、B两种品牌的乒乓球共 101 个，设 A 品牌

乒乓球有 x 个．

（1）淇淇说："筐里 B 品牌球是A品牌球的两倍．"嘉嘉根据她的说法列出了方程：$101-x=2x$．请用嘉嘉所列方程分析淇淇的说法是否正确；

（2）据工作人员透露：B 品牌球比A品牌球至少多28个，试通过列不等式的方法说明A品牌球最多有几个．

22．（河北省2021年）某博物馆展厅的俯视示意图如图1所示，嘉淇进入展厅后开始自由参观，每走到一个十字道口，她自己可能直行，也可能向左转或向右转，且这三种可能性均相同．

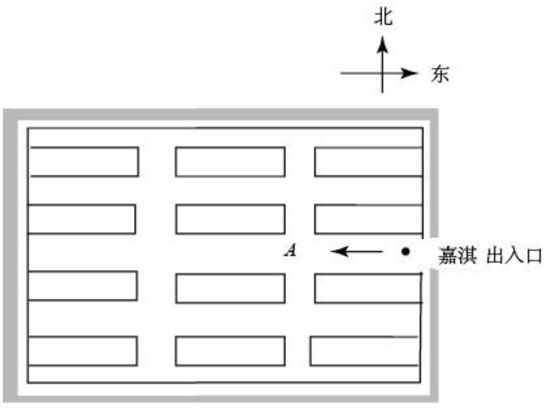


图1

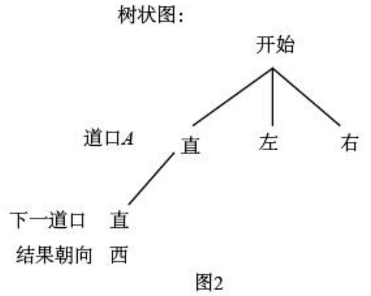
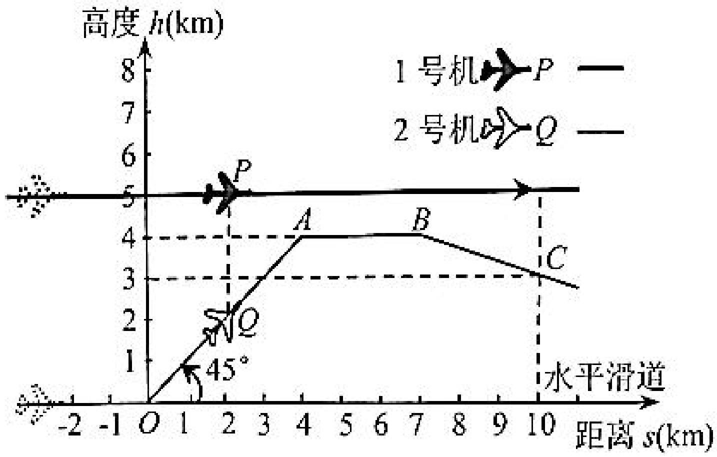


图2

（1）求嘉淇走到十字道口A向北走的概率；

（2）补全图2的树状图，并分析嘉淇经过两个十字道口后向哪个方向参观的概率较大．

23．（河北省2021年）下图是某机场监控屏显示两飞机的飞行图象，1号指挥机（看成点 P）始终以3km/min的速度在离地面5km高的上空匀速向右飞行，2号试飞机（看成点 Q）一直保持在1号机 P 的正下方，2号机从原点 O 处沿 $45°$ 仰角爬升，到4km高的A处便立刻转为水平飞行，再过1min到达 B 处开始沿直线 BC 降落，要求1min后到达 $C(10,3)$ 处．



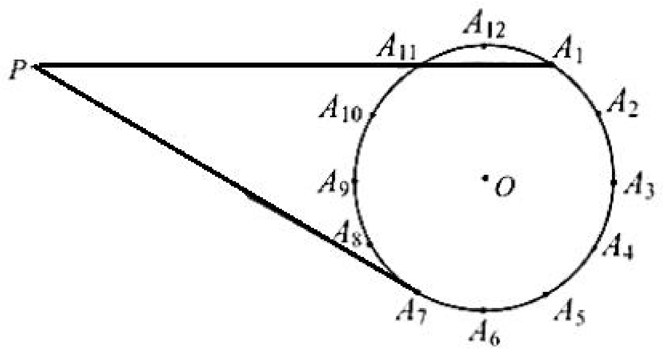
（1）求OA的h关于s的函数解析式，并直接写出2号机的爬升速度；

（2）求BC的h关于s的函数解析式，并预计2号机着陆点的坐标；

（3）通过计算说明两机距离PQ不超过3km的时长是多少.

（注：（1）及（2）中不必写s的取值范围）

24.（河北省2021年）如图，$\odot O$的半径为6，将该圆周12等分后得到表盘模型，其中整钟点为A_n（n为1~12的整数），过点A_7作$\odot O$的切线交A_1A_{11}延长线于点P.

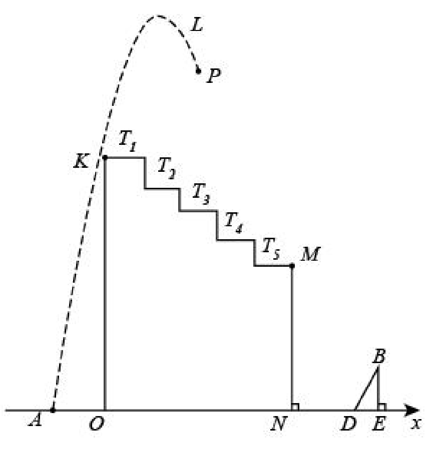


（1）通过计算比较直径和劣弧A_7A_{11}长度哪个更长；

（2）连接A_7A_{11}，则A_7A_{11}和PA_1有什么特殊位置关系？请简要说明理由；

（3）求切线长PA_7的值.

25.（河北省2021年）下图是某同学正在设计的一动画示意图，x轴上依次有A，O，N三个点，且$AO=2$，在ON上方有五个台阶$T_1\sim T_5$（各拐角均为$90°$），每个台阶的高、宽分别是1和1．5，台阶T_1到x轴距离$OK=10$．从点A处向右上方沿抛物线L：$y=-x^2+4x+12$发出一个带光的点P.



（1）求点A的横坐标，且在图中补画出y轴，并直接指出点P会落在哪个台阶上；

（2）当点P落到台阶上后立即弹起，又形成了另一条与L形状相同的抛物线C，且最大高度为11，求C的解析式，并说明其对称轴是否与台阶T_5有交点；

（3）在x轴上从左到右有两点D，E，且$DE=1$，从点E向上作$EB\perp x$轴，且$BE=2$.在BDE沿x轴左右平移时，必须保证（2）中沿抛物线C下落的点P能落在边BD（包括端点）上，则点B横坐标的最大值比最小值大多少？

（注：（2）中不必写x的取值范围）

26．（河北省2021年）在一平面内，线段$AB=20$，线段$BC=CD=DA=10$，将这四条线段顺次首尾相接．把AB固定，让AD绕点A从AB开始逆时针旋转角$\alpha\left(\alpha>0^\circ\right)$到某一位置时，$BC$，$CD$将会跟随出现到相应的位置．

（1）论证　如图1，当$AD//BC$时，设AB与CD交于点O，求证：$AO=10$；

（2）发现　当旋转角$\alpha=60^\circ$时，$\angle ADC$的度数可能是多少？

（3）尝试　取线段CD的中点M，当点M与点B距离最大时，求点M到AB的距离；

（4）拓展　①如图2，设点D与B的距离为d，若$\angle BCD$的平分线所在直线交AB于点P，直接写出BP的长（用含d的式子表示）；

②当点C在AB下方，且AD与CD垂直时，直接写出α的余弦值．

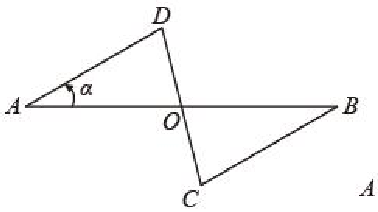


图1

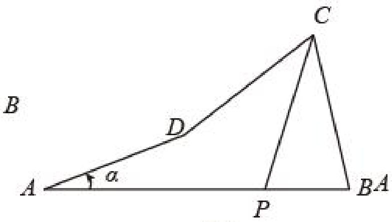
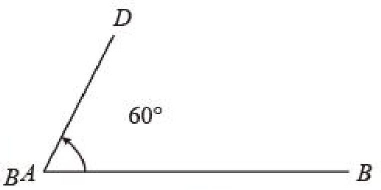


图1



备用图1

备用图2

参考答案

1．A

【分析】

根据直线的特征，经过两点有一直线并且只有一条直线即可判断.

【详解】

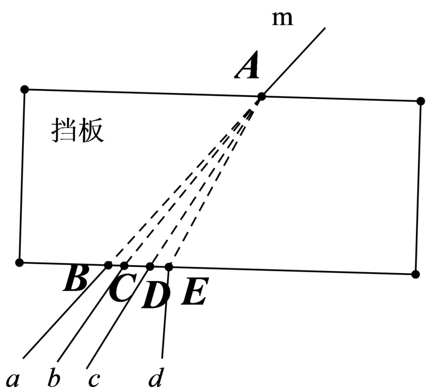
解:设线段 m 与挡板的交点为 A，a、b、c、d 与挡板的交点分别为 B，C，D，E，

连结 AB、AC、AD、AE，

根据直线的特征经过两点有且只有一条直线，

利用直尺可确定线段 a 与 m 在同一直线上，

故选择 A.



【点睛】

本题考查直线的特征，掌握直线的特征是解题关键.

2．D

【分析】

分别根据加法交换律、合并同类项、同底数幂的乘法以及去括号法则计算各项后，再进行判断即可得到结论.

【详解】

解：A. $a+b=b+a$，故选项 A 不符合题意；

B. $a+a+a=3a$，故选项 B 不符合题意；

C. $a\cdot a\cdot a=a^3$，故选项 C 不符合题意；

D. $3(a+b)=3a+3b\neq 3a+b$，故选项 D 符合题意，

故选：D.

【点睛】

此题主要考查了加法交换律、合并同类项、同底数幂的乘法以及去括号法则，熟练掌握相关运算法则是解答此题的关键．

3．B

【分析】

直接运用不等式的性质3进行解答即可．

【详解】

解：将不等式$a>b$两边同乘以-4，不等号的方向改变得$-4a<-4b$，

∴“W ”中应填的符号是“<”，

故选：B．

【点睛】

此题主要考查了不等式的基本性质3：不等式的两边同乘以（或除以）同一个负数，不等号的方向改变，熟练掌握不等式的基本性质是解答此题的关键．

4．A

【分析】

根据有理数运算和二次根式的性质计算，即可得到答案．

【详解】

$\sqrt{3^2-2^2-1^2}=\sqrt{9-4-1}=2$

∵$3-2+1=2$，且选项B、C、D的运算结果分别为：4、6、0

故选：A．

【点睛】

本题考查了二次根式、有理数运算的知识；解题的关键是熟练掌握二次根式、含乘方的有理数混合运算的性质，即可得到答案．

5．C

【分析】

利用加法与减法互为逆运算，将0减去$-\left(\frac{3}{4}-\frac{6}{5}\right)$即可得到对应答案，也可以利用相反数的性质，直接得到能与 $-\left(\frac{3}{4}-\frac{6}{5}\right)$相加得0的是它的相反数即可．

【详解】

解：方法一：$0-\left[-\left(\frac{3}{4}-\frac{6}{5}\right)\right]=0+\left(\frac{3}{4}-\frac{6}{5}\right)=\frac{3}{4}-\frac{6}{5}=-\frac{6}{5}+\frac{3}{4}$；

方法二：$-\left(\frac{3}{4}-\frac{6}{5}\right)$的相反数为$\left(\frac{3}{4}-\frac{6}{5}\right)$；

故选：C．

【点睛】

本题考查了有理数的运算和相反数的性质，解决本题的关键是理解相关概念，并能灵活运用它们解决问题，本题侧重学生对数学符号的理解，计算过程中学生应注意符号的改变．

6．A

【分析】

根据正方体展开图的对面，逐项判断即可．

【详解】

解：由正方体展开图可知，A 的对面点数是 1；B 的对面点数是 2；C 的对面点数是 4；

∵骰子相对两面的点数之和为 7，

∴A 代表，

故选：A.

【点睛】

本题考查了正方体展开图，解题关键是明确正方体展开图中相对面间隔一个正方形，判断哪两个面相对．

7．A

【分析】

甲方案：利用对角线互相平分得证；

乙方案：由 $ABN\cong CDM$，可得 $BN=DM$，即可得 $ON=OM$，

再利用对角线互相平分得证；

丙方案:方法同乙方案．

【详解】

连接 AC,BD 交于点 O

甲方案： 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$\therefore AO=CO, BO=DO$

$BN=NO, OM=MD$

$\therefore ON=OM$

$\therefore$ 四边形 $ANCM$ 为平行四边形.

乙方案：

四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$\therefore AB=CD$， $AB//CD$， $AO=CO, BO=DO$

$\therefore \angle ABN=\angle CDM$

又 $AN\perp BD, CM\perp BD$

$\therefore \angle ANB=\angle CMD$

$\therefore \triangle ABN\cong\triangle CDM$（AAS）

$\therefore BN=DM$

$\because BO=DO$

$\therefore ON=OM$

$\therefore$ 四边形 $ANCM$ 为平行四边形.

丙方案:

四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$\therefore AB=CD$， $AB//CD$， $AO=CO, BO=DO$， $\angle BAD=\angle BCD$

$\therefore \angle ABN=\angle CDM$

又 AN, CM 分别平分 $\angle BAD, \angle BCD$

$\therefore \frac{1}{2}\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BCD$， 即 $\angle BAN=\angle DCN$

$\therefore \triangle ABN\cong\triangle CDM$ （ASA）

$\therefore BN=DM$

$\because BO=DO$

$\therefore ON=OM$

$\therefore$ 四边形 $ANCM$ 为平行四边形.

所以甲、乙、丙三种方案都可以.

故选 A.

【点睛】

本题考查了平行四边的性质与判定，三角形全等的性质和判定，角平分线的概念等知识，能正确的利用全等三角的证明得到线段相等，结合平行四边形的判定是解题关键.

8．C

【分析】

先求出两个高脚杯液体的高度，再通过三角形相似，建立其对应边的比与对应高的比相等的关系，即可求出 AB.

【详解】

解：由题可知，第一个高脚杯盛液体的高度为：15-7=8（cm），

第二个高脚杯盛液体的高度为：11-7=4（cm），

因为液面都是水平的，图 1 和图 2 中的高脚杯是同一个高脚杯，

所以图 1 和图 2 中的两个三角形相似，

$\therefore \dfrac{AB}{6}=\dfrac{4}{8}$，

$\therefore AB=3$（cm），

故选：C.

【点睛】

本题考查了相似三角形的判定与性质，解决本题的关键是读懂题意，与图形建立关联，能灵活运用相似三角形的判定得到相似三角形，并能运用其性质得到相应线段之间的关系等，本题对学生的观察分析的能力有一定的要求.

9．B

【分析】

类比二次根式的计算，提取公因数，代入求值即可.

【详解】

$\sqrt[3]{3}=1.442$

$\sqrt[3]{3}-3\sqrt[3]{3}-98\sqrt[3]{3}=(1-3-98)\sqrt[3]{3}=-100\sqrt[3]{3}$

$\therefore -100\sqrt[3]{3}=-144.2$

故选 B.

【点睛】

本题考查了根式的加减运算，类比二次根式的计算，提取系数，正确的计算是解题的关键.

10．B

【分析】

连接 AC、AD、CF，AD 与 CF 交于点 M，可知 M 是正六边形 $ABCDEF$ 的中心，根据矩形的性质求出 $S_{\triangle AFM}=5$，再求出正六边形面积即可.

【详解】

解：连接 AC、AD、CF，AD 与 CF 交于点 M，可知 M 是正六边形 $ABCDEF$ 的中心，

∵多边形 $ABCDEF$ 是正六边形，

∴$AB=BC$，$\angle B=\angle BAF=120°$，

∴$\angle BAC=30°$，

∴$\angle FAC=90°$，

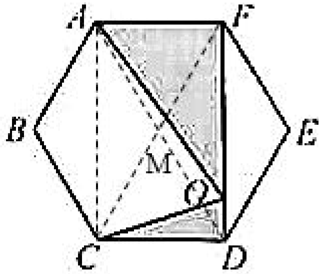
同理，$\angle DCA=\angle FDC=\angle DFA=90°$，

∴四边形 $ACDF$ 是矩形，

$S_{\triangle AFO}+S_{\triangle CDO}=\frac{1}{2}S_{矩形AFDC}=10$，$S_{\triangle AFM}=\frac{1}{4}S_{矩形AFDC}=5$，

$S_{正六边形ABCDEF}=6S_{\triangle AFM}=30$，

故选：B.



【点睛】本题考查了正六边形的性质，解题关键是连接对角线，根据正六边形的面积公式求解.

11．C

【分析】

根据题目中的条件，可以把 a_1，a_2，a_3，a_4，a_5 分别求出来，即可判断.

【详解】

解：根据题意可求出：

$a_1=-4,a_2=-2,a_3=0,a_4=2,a_5=4$

A，$a_3=0$，故选项错误，不符合题意；

B，$|a_1|=4\neq|a_4|=2$，故选项错误，不符合题意；

C，$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=0$，故选项正确，符合题意；

D，$a_2+a_5=2>0$，故选项错误，不符合题意；

故选：C．

【点睛】

本题考查了等分点和实数与数轴上的点一一对应，解题的关键是：根据题意直接求出a_1，a_2，a_3，a_4，a_5的值即可判断．

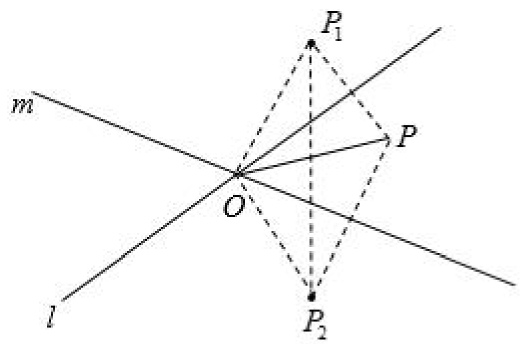
12．B

【分析】

连接$OP_1,PP_1,OP_2,PP_2,P_1P_2$根据轴对称的性质和三角形三边关系可得结论．

【详解】

解：连接$OP_1,PP_1,OP_2,PP_2,P_1P_2$，如图，



$\because P_1$是P关于直线l的对称点，

$\therefore$直线l是PP_1的垂直平分线，

$\therefore OP_1=OP=2.8$

$\because P_2$是P关于直线m的对称点，

$\therefore$直线m是PP_2的垂直平分线，

$\therefore OP_2 = OP = 2.8$

当P_1, O, P_2不在同一条直线上时，$OP_1 - OP_2 < P_1P_2 < OP_1 + OP_2$

即$0 < P_1P_2 < 5.6$

当P_1, O, P_2在同一条直线上时，$P_1P_2 = OP_1 + OP_2 = 5.6$

故选：B

【点睛】

此题主要考查了轴对称变换，熟练掌握轴对称变换的性质是解答此题的关键

13．B

【分析】

根据三角形的内角和定理与平角的定义可判断A与B,利用理论与实践相结合可判断C与D.

【详解】

解：A. 证法1给出的证明过程是完整正确的，不需要分情况讨论，故A不符合题意；

B. 证法1给出的证明过程是完整正确的，不需要分情况讨论，故选项B符合题意；

C. 证法2用量角器度量两个内角和外角，只能验证该定理的正确性，用特殊到一般法证明了该定理缺少理论证明过程，故选项C不符合题意；

D. 证法2只要测量够一百个三角形进行验证，验证的正确性更高，就能证明该定理还需用理论证明，故选项D不符合题意.

故选择：B.

【点睛】

本题考查三角形外角的证明问题，命题的正确性需要严密推理证明，三角形外角分三种情形，锐角、直角、和钝角，证明中应分类才严谨.

14．D

【分析】

根据同学最喜欢的颜色最少的是蓝色，可求出总人数，可求出喜欢红色的14人，则可知喜欢粉色和黄色的人数分别为16人和15人，可知“（　　）”应填的颜色.

【详解】

解：同学最喜欢的颜色最少的是蓝色，有5人，占10%，5÷10%=50（人），

喜欢红色的人数为50×28%=14（人），

喜欢红色和蓝色一共有 14+5=19（人），

喜欢剩余两种颜色的人数为 50-19=31（人），其中一种颜色的喜欢人数为 16 人，另一种为 15 人，由柱的高度从高到低排列可得，第三条的人数为 14 人，“（　　）”应填的颜色是红色；

故选：*D*.

【点睛】

本题考查了条形统计图和扇形统计图，解题关键是熟练准确从统计图中获取正确信息．

15．C

【分析】

先计算$\left(\frac{1+c}{2+c}-\frac{1}{2}\right)$的值，再根 c 的正负判断$\left(\frac{1+c}{2+c}-\frac{1}{2}\right)$的正负，再判断 A 与 $\frac{1}{2}$ 的大小即可．

【详解】

解：$\frac{1+c}{2+c}-\frac{1}{2}=\frac{c}{4+2c}$，

当$c=-2$时，$2+c=0$，A 无意义，故 *A* 选项错误，不符合题意；

当$c=0$时，$\frac{c}{4+2c}=0$，$A=\frac{1}{2}$，故 *B* 选项错误，不符合题意；

当$c<-2$时，$\frac{c}{4+2c}>0$，$A>\frac{1}{2}$，故 *C* 选项正确，符合题意；

当$-2<c<0$时，$\frac{c}{4+2c}<0$，$A<\frac{1}{2}$；当$c<-2$时，$\frac{c}{4+2c}>0$，$A>\frac{1}{2}$，故 *D* 选项错误，不符合题意；

故选：C．

【点睛】

本题考查了分式的运算和比较大小，解题关键是熟练运用分式运算法则进行计算，根据结果进行准确判断．

16．D

【分析】

Ⅰ、根据“弦的垂直平分线经过圆心”，可证四边形 *MENF* 的形状；

Ⅱ、在确定点 *P* 的过程中，看∠*MOF*=40° 是否唯一即可．

【详解】

解：Ⅰ、如图所示.

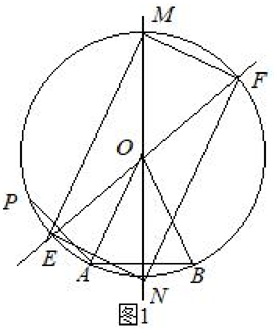


图1

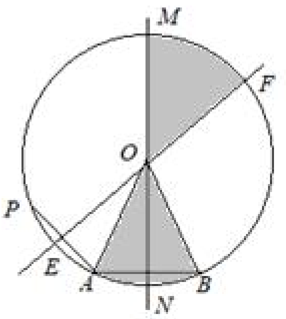


图2

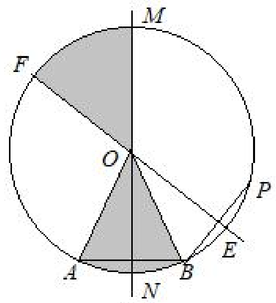


图3

∵MN是AB的垂直平分线，EF是AP的垂直平分线，

∴MN和EF都经过圆心O，线段MN和EF是⊙O的直径.

∴$OM=ON$，$OE=OF$.

∴四边形$MENF$是平行四边形.

∵线段MN是⊙O的直径，

∴$\angle MEN=90°$.

∴平行四边形$MENF$是矩形.

∴结论Ⅰ正确；

Ⅱ、如图2，当点P在直线MN左侧且$AP=AB$时，

∵$AP=AB$，

∴ $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AP}$.

∵$MN\perp AB$，$EF\perp AP$，

∴ $\overset{\frown}{AE}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AP},\overset{\frown}{AN}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AB}.$

∴ $\overset{\frown}{AE}=\overset{\frown}{AN}.$

∴ $\angle AOE=\angle AON=\frac{1}{2}\angle AOB=20°$.

∴ $\angle EON=40°$.

∴ $\angle MOF=\angle EON=40°$.

∵扇形OFM与扇形OAB的半径、圆心角度数都分别相等，

∴ $S_{扇形OFM}=S_{扇形OAB}$.

如图3，当点P在直线MN右侧且$BP=AB$时，

同理可证：$S_{扇形FOM}=S_{扇形AOB}$.

∴结论Ⅱ错误.

故选：D

【点睛】

本题考查了圆的有关性质、矩形的判定、扇形面积等知识点，熟知圆的有关性质、矩形的判定方法及扇形面积公式是解题的关键.

17．a^2+b^2　　4

【分析】

（1）直接利用正方形面积公式进行计算即可；

（2）根据已知图形的面积公式的特征，利用完全平方公式即可判定应增加的项，再对应到图形上即可.

【详解】

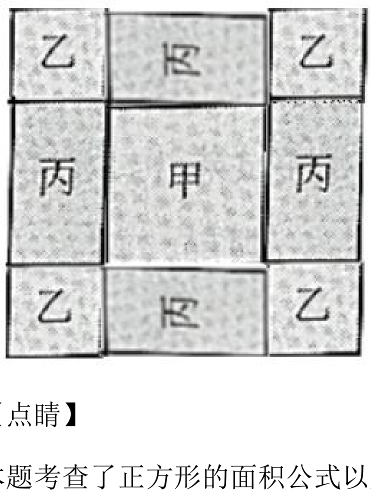
解：（1）∵甲、乙都是正方形纸片，其边长分别为a,b

∴取甲、乙纸片各1块，其面积和为a^2+b^2；

故答案为：a^2+b^2.

（2）要用这三种纸片紧密拼接成一个大正方形，先取甲纸片1块，再取乙纸片4块，则它们的面积和为a^2+4b^2，若再加上$4ab$（刚好是4个丙），则$a^2+4b^2+4ab=\left(a+2b\right)^2$，则刚好能组成边长为$\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$的正方形，图形如下所示，所以应取丙纸片4块.

故答案为：4.



【点睛】

本题考查了正方形的面积公式以及完全平方公式的几何意义，解决本题的关键是牢记公式特

点，灵活运用公式等，本题涉及到的方法为观察、假设与实践，涉及到的思想为数形结合的思想.

18．减少　　10

【分析】

先通过作辅助线利用三角形外角的性质得到$\angle EDF$与$\angle D$、$\angle E$、$\angle DCE$之间的关系，进行计算即可判断.

【详解】

解：∵$\angle A+\angle B=50°+60°=110°$，

∴$\angle ACB=180°-110°=70°$，

∴$\angle DCE=70°$，

如图，连接CF并延长，

∴$\angle DFM=\angle D+\angle DCF=20°+\angle DCF$,

$\angle EFM=\angle E+\angle ECF=30°+\angle ECF$,

∴$\angle EFD=\angle DFM+\angle EFM=20°+\angle DCF+30°+\angle ECF=50°+\angle DCE=50°+70°=120°$，

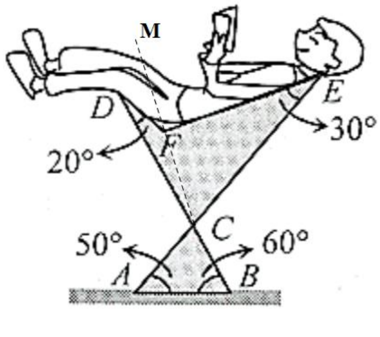
要使$\angle EFD=110°$，则$\angle EFD$减少了$10°$，

若只调整$\angle D$的大小，

由$\angle EFD=\angle DFM+\angle EFM=\angle D+\angle DCF+\angle E+\angle ECF=\angle D+\angle E+\angle ECD=\angle D+30°+70°=\angle D+100°$，

因此应将$\angle D$减少10度;

故答案为：①减少；②10.



【点睛】

本题考查了三角形外角的性质，同时涉及到了三角形的内角和与对顶角相等的知识；解决本题的关键是理解题意，读懂图形，找出图形中各角之间的关系以及牢记公式建立等式求出所需的角，本题蕴含了数形结合的思想方法.

19．（1）$\left(4,15\right)$；（2）4

【分析】

（1）结合题意，根据一次函数和反比例函数的性质列分式方程并求解，即可得到答案；

（2）当$a=-1.2$和$a=-1.5$时，根据一次函数、反比例函数和直角坐标系的性质，分别计算k的值，再根据题意分析，即可得到答案.

【详解】

（1）根据题意，得$y=\frac{60}{x}=15$

$\therefore x=4$

$\because x\neq 0$

$\therefore x=4$是$\frac{60}{x}=15$的解

$\therefore$当$a=15$时，l与m的交点坐标为：$\left(4,15\right)$

故答案为：$\left(4,15\right)$；

（2）当$a=-1.2$时，得$y=\frac{60}{x}=-1.2$

$\therefore x=-50$

$\because x\neq 0$

$\therefore x=-50$是$\frac{60}{x}=-1.2$的解

$\therefore l$与m的交点坐标为：$\left(-50,-1.2\right)$

$\because$（1）视窗可视范围就由$-15\leq x\leq 15$及$-10\leq y\leq 10$，且$-10<1.2<10$

$\therefore -15k<-50$

根据题意，得k为正整数

$\therefore k>\frac{10}{3}$

$\therefore k=4$

同理，当$a=-1.5$时，得$x=-40$

$\therefore -15k<-40$

$\therefore k>\frac{8}{3}$

$\therefore k=3$

$\because$要能看到m在A和B之间的一整段图象

$\therefore k=4$

故答案为：4.

【点睛】

本题考查了一次函数、反比例函数、分式方程、直角坐标系的知识；解题的关键是熟练掌握一次函数、反比例函数、分式方程、直角坐标系的性质，从而完成求解.

20．（1）$Q=4m+10n$

（2）$Q=2.3\times10^{5}$

【分析】

（1）进m本甲种书和n本乙种书共付款为2种书的总价，用单价乘以数量即可；

（2）将书的数量代入（1）中结论，求解，最后用科学记数法表示.

【详解】

（1）$Q=4m+10n$

（2） $m=5\times10^{4},n=3\times10^{3}$

$\therefore Q=4\times5\times10^{4}+10\times3\times10^{3}$

$=20\times10^{4}+3\times10^{4}=23\times10^{4}=2.3\times10^{5}$

所以$Q=2.3\times10^{5}$.

【点睛】

本题考查了列代数式，科学记数法，幂的计算，正确的理解题意根据实际问题列出代数式，正确的用科学计数法表示出结果是解题的关键.

21．（1）不正确；（2）36

【分析】

（1）解方程，得到方程的解不是整数，不符合题意，因此判定淇淇说法不正确；

（2）根据题意列出不等式，解不等式即可得到A品牌球的数量最大值.

【详解】

解：（1）$101-x=2x$，解得：$x=\frac{101}{3}$，不是整数，因此不符合题意；

所以淇淇的说法不正确.

（2）∵A 品牌球有 x 个，B 品牌球比 A 品牌球至少多 28 个，

∴$101-x-x\geq 28$，

解得：$x\leq 36.5$，

∵x 是整数，

∴x 的最大值为 36，

∴A 品牌球最多有 36 个.

【点睛】

本题考查了一元一次方程和一元一次不等式的应用，解决本题的关键是能根据题意列出方程或不等式，并结合实际情况，对它们的解或解集进行判断，得出结论；本题数量关系较明显，因此考查了学生的基本功.

22. （1）$\dfrac{1}{3}$，（2）嘉淇经过两个十字道口后向西参观的概率较大.

【分析】

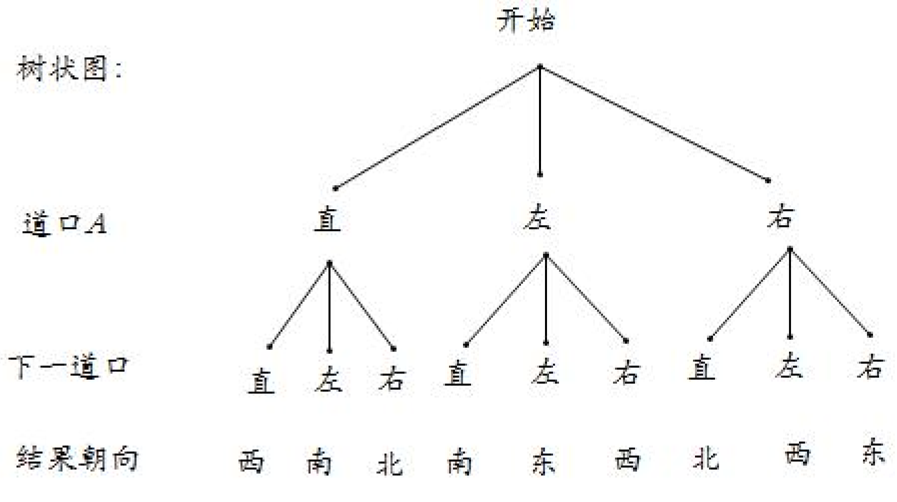
（1）嘉淇走到十字道口 A 一共有三种可能，向北只有一种可能，根据概率公式求解即可；

（2）根据树状图的画法补全树状图，再根据向哪个方向出现的次数求概率即可.

【详解】

解：（1）嘉淇走到十字道口 A 一共有三种可能，向北只有一种可能，嘉淇走到十字道口 A 向北走的概率为$\dfrac{1}{3}$；

（2）补全树状图如图所示：



嘉淇经过两个十字道口后共有 9 种可能，向西的概率为：$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$；向南的概率为$\frac{2}{9}$；向北的概率为$\frac{2}{9}$；向东的概率为$\frac{2}{9}$；嘉淇经过两个十字道口后向西参观的概率较大．

【点睛】

本题考查了概率的应用，解题关键是根据题意准确画出树状图，正确进行求解判断．

23．（1）$h=s$，$3\sqrt{2}$ （km/min）（2）$h=-\frac{1}{3}s+\frac{19}{3}$，$(19,0)$（3）$\frac{11}{3}min$

【分析】

（1）根据图象分析得知，解析式为正比例函数，根据角度判断 k 值，即可求得．

（2）根据 B、C 两点坐标，待定系数法求表达式即可，着陆点令 $h=0$，求解即可．

（3）根据点 Q 的位置，观察图象，找到满足题意的范围，分类讨论计算即可．

【详解】

解：（1）设线段 OA 所在直线的函数解析式为: $h=k_1s(k_1\neq 0)$

∵2 号机从原点 O 处沿 $45°$ 仰角爬升

∴ $h=s$

又∵1 号机飞到 A 点正上方的时候，飞行时间 $t=\frac{4}{3}$（min）

∴2 号机的飞行速度为：$v_2=\frac{4\sqrt{2}}{\frac{4}{3}}=3\sqrt{2}$ （km/min）

（2） 设线段 BC 所在直线的函数表达式为：$h=k_2s+b(k_2\neq 0)$

∵2 号机水平飞行时间为 1min, 同时 1 号机的水平飞行为 1min,

点 B 的横坐标为：4+3=7；点 B 的纵坐标为：4，即 $B(7,4)$,

将 $B(7,4)$, $C(10,3)$ 代入 $h=k_2s+b(k_2\neq 0)$ 中，得：

$$\begin{cases}7k_2+b=4\\10k_2+b=3\end{cases}$$

解得：$\begin{cases}k_2=-\frac{1}{3}\\b=\frac{19}{3}\end{cases}$

$\therefore h=-\frac{1}{3}s+\frac{19}{3}$

令 $h=0$ ，解得：$s=19$

∴2 号机的着陆点坐标为$(19,0)$

（3）当点 Q在 OA 时，要保证$PQ\le 3$ ，则：$t_1\ge t=\frac{5-3}{3}=\frac{2}{3}$；

当点 Q在 AB 上时，，此时$PQ=1$，满足题意，时长为1（min）；

当点 Q在 BC 上时，令 $2=-\frac{1}{3}s+\frac{19}{3}$，解得：$s=13$，此时$t_2=\frac{13}{3}$（$min$），

∴当$PQ\le 3$时，时长为：$\frac{13}{3}$-$\frac{2}{3}$=$\frac{11}{3}$（min）

【点睛】

本题考查变量之间的关系、待定系数法求一次函数解析式，根据实际问题，数形结合讨论是解题的关键.

24．（1）劣弧更长；

（2）A_7A_{11}和PA_1互相垂直，理由见解析；

（3）$PA_7=12\sqrt{3}$．

【分析】

（1）分别求出劣弧和直径的长，比较大小；

（2）连接 A_1、A_7，A_7、A_{11}，求出$\angle A_7A_{11}A_1$=$90°$，即可得出垂直的位置关系；

（3）根据圆的知识求出$\angle A_{11}A_1A_7$=$60°$，又PA_7是ΓO的切线，利用三角函数求解即可.

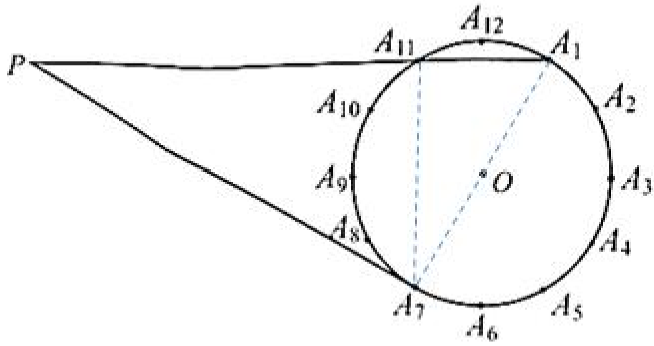
【详解】

（1）劣弧 $A_7A_{11}=\frac{4}{12}\times 2\pi\times 6=4\pi$，

直径$2r=12$，

因为$4\pi>12$，故劣弧更长.

（2）如下图所示连接 A_1、A_7，A_7、A_{11}，由图可知 A_1A_7 是直径，



∴对应的圆周角$\angle A_7A_{11}A_1$=90°

∴ A_7A_{11}和PA_1互相垂直.

（3）如上图所示，$\angle A_{11}A_1A_7=\dfrac{1}{2}\angle A_{11}OA_7=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{4}{12}\times360°=60°$

∵ PA_7是⊙O的切线

∴ $\angle PA_7A_1$=90°，

∴ $PA_7=A_1A_7\cdot\tan\angle A_{11}OA_7=12\times\sqrt{3}=12\sqrt{3}$.

【点睛】

本题考查了圆的基本性质、特殊角的三角函数的基本知识．半圆（或直径）所对的圆周角是直角．在同圆或等圆中同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对圆心角的一半．

25．（1）$A(-2,0)$，见解析，点P会落在T_4的台阶上；（2）$y=-(x-7)^2+11$，其对称轴与台阶T_5有交点；（3）$\sqrt{11}-2$.

【分析】

（1）二次函数与坐标轴的交点坐标可以直接算出，根据点A的坐标可以确定y轴，利用函数的性质可以判断落在那个台阶上；

（2）利用二次函数图象的平移来求解抛物线C，再根据函数的对称轴的值来判断是否与台阶T_5有交点；

（3）抓住二次函数图象不变，是 BDE在左右平移，要求点B横坐标的最大值比最小值大多少，利用临界点法，可以确定什么时候横坐标最大，什么时候横坐标最小，从而得解．

【详解】

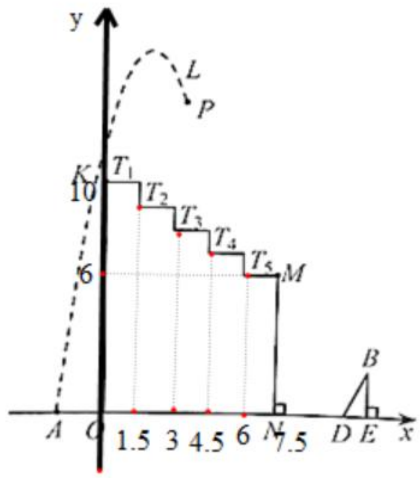
解：（1）当$y=0$，$-x^2+4x+12=0$，

解得：$x=-2, x=6$，

A在左侧，$\therefore A(-2,0)$，

$y=-x^2+4x+12$ 关于 $x=-\dfrac{b}{2a}=2$ 对称，

$\therefore y$ 轴与 OK 重合，如下图：



点 P 会落在 T_4 的台阶上，由题意在坐标轴上标出相关信息，

当 $y=7$ 时，$-x^2+4x+12=7$，

解得：$x=-1, x=5$，

$4.5<5<6$，

$\therefore P$ 会落在 T_4 的台阶上且坐标为 $P(5,7)$，

（2）设将抛物线 L，向下平移 5 个单位，向右平移 a 的单位后与抛物线 C 重合，则抛物线 C 的解析式为：$y=-(x-2-a)^2+11$，

由（1）知，抛物线 C 过 $P(5,7)$，将 $P(5,7)$ 代入 $y=-(x-2-a)^2+11$，

$7=-(3-a)^2+11$，

解得：$a=5, a=1$（舍去，因为是对称轴左边的部分过 $P(5,7)$），

抛物线 C : $y=-(x-7)^2+11$，

$y=-(x-7)^2+11$ 关于 $x=-\dfrac{b}{2a}=7$，且 $6<7<7.5$，

$\therefore$ 其对称轴与台阶 T_5 有交点.

（3）由题意知，当 BDE 沿 x 轴左右平移，恰使抛物线 C 下落的点 P 过点 D 时，此时点 B 的横坐标值最大；

当 $y=0$，$-(x-7)^2+11=0$，

解得：$x_1=7+\sqrt{11}, x_2=7-\sqrt{11}$（取舍），

故点 B 的横坐标最大值为：$8+\sqrt{11}$，

当 BDE 沿 x 轴左右平移，恰使抛物线 C 下落的点 P 过点 B 时，此时点 B 的横坐标值最小；

当 $y=2$，$-(x-7)^2+11=2$，

解得：$x_1=10, x_2=4$（舍去），

故点 B 的横坐标最小值为：10，

则点 B 横坐标的最大值比最小值大：$8+\sqrt{11}-10=\sqrt{11}-2$，

故答案是：$\sqrt{11}-2$.

【点睛】

本题综合性考查了二次函数的解析式的求法及图象的性质，图象平移，抛物线的对称轴，解题的关键是：熟练掌握二次函数解析式的求法及图象的性质，通过已知的函数求解平移后函数的解析式.

26.（1）证明见解析；（2）60° 或 120°；（3）$\dfrac{15\sqrt{15}}{8}$；（4）①$\dfrac{20d^2}{d^2+300}$；②$\dfrac{5+\sqrt{7}}{8}$.

【分析】

（1）先根据平行线的性质可得 $\angle A=\angle B, \angle D=\angle C$，再根据三角形全等的判定定理与性质可得 $AO=BO$，由此即可得证；

（2）分如图（见解析）所示的两种情况，先根据等边三角形的判定与性质可得 $DE=AD=10, \angle AED=\angle ADE=60^\circ$，再根据菱形的判定与性质可得 $AB//CD$，然后根据平行线的性质、角的和差即可得；

（3）先根据三角形的三边关系可得当点 B,C,M 共线时，BM 取得最大值，再画出图形（见解析），利用勾股定理求出 BE,DE 的长，然后求出 $\sin B$ 的值，最后在 Rt BMN 中，解

直角三角形即可得；

（4）①如图（见解析），先根据等腰三角形的三线合一可得$OB=\dfrac{d}{2},CP\perp BD$，再同（3）的方法可求出$BE$的长，然后证出 $BOP\sim\ BED$，根据相似三角形的性质即可得；

②如图（见解析），只需考虑$0<\alpha<90^{\circ}$的情形，先利用勾股定理可得$AC=10\sqrt{2}$，再同（3）的方法可求出AE,BE的长，从而可得CE的长，然后证出 $AOD\quad COE$，根据相似三角形的性质和$DO+CO=CD=10$可求出AO的长，最后根据余弦三角函数的定义即可得.

【详解】

证明：（1） $AD//BC$，

$\therefore \angle A=\angle B,\angle D=\angle C$，

在$\triangle AOD$和 BOC中，$\begin{cases}\angle A=\angle B\\ AD=BC\\ \angle D=\angle C\end{cases}$，

$\therefore\ AOD\cong\ BOC(ASA)$，

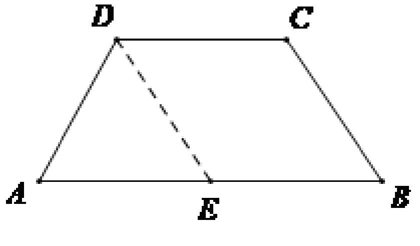
$\therefore AO=BO$，

$AO+BO=AB=20$，

\ $AO=10$；

（2）由题意，由以下两种情况：

①如图，取AB的中点E，连接DE，则$AE=BE=\dfrac{1}{2}AB=10$，



$AD=AE=10,\angle A=\alpha=60^{\circ}$，

$\therefore$V ADE是等边三角形，

$\therefore DE=AD=10,\angle AED=\angle ADE=60^{\circ}$，

$\therefore DE=DC=BC=BE=10$，

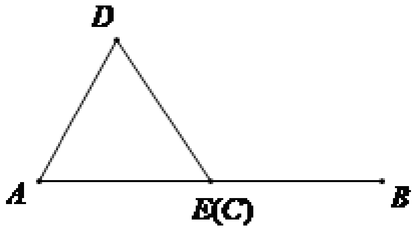
$\therefore$ 四边形 $BCDE$ 是菱形，

$\therefore AB//CD$，

$\therefore \angle CDE=\angle AED=60^\circ$，

$\therefore \angle ADC=\angle ADE+\angle CDE=60^\circ+60^\circ=120^\circ$；

②如图，当点 C 与 AB 的中点 E 重合，



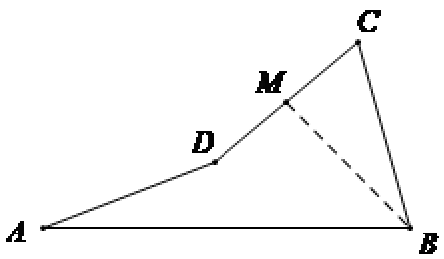
则 $AD=AC=DC=10$，

$\therefore$ ACD 是等边三角形，

$\therefore \angle ADC=60^\circ$，

综上，$\angle ADC$ 的度数为 60° 或 120°；

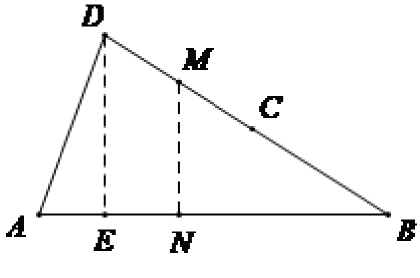
（3）如图，连接 BM，



$BC=10, CM=\dfrac{1}{2}CD=5$，

$\therefore BM\le BC+CM=15$，当且仅当点 B,C,M 共线时，等号成立，

如图，过点 D 作 $DE\perp AB$ 于点 E，过点 M 作 $MN\perp AB$ 于点 N，则 MN 即为所求，



$BC=CD=10, CM=5$，

$\therefore BD=BC+CD=20, BM=BC+CM=15$，

设 $AE=x$，则 $BE=20-x$，

$AD^2-AE^2=DE^2=BD^2-BE^2$，

$\therefore 10^2-x^2=20^2-(20-x)^2$，

解得 $x=\dfrac{5}{2}$，

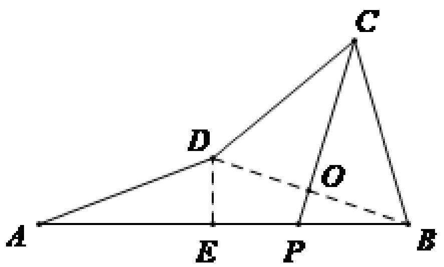
$\therefore BE=20-x=\dfrac{35}{2}$，$DE=\sqrt{BD^2-BE^2}=\dfrac{5\sqrt{15}}{2}$，

在 $Rt\ \ BDE$ 中，$\sin B=\dfrac{DE}{BD}=\dfrac{\frac{5\sqrt{15}}{2}}{20}=\dfrac{\sqrt{15}}{8}$，

在 $Rt\ \ BMN$ 中，$MN=BM\cdot\sin B=15\times\dfrac{\sqrt{15}}{8}=\dfrac{15\sqrt{15}}{8}$，

即当点 M 与点 B 距离最大时，点 M 到 AB 的距离为 $\dfrac{15\sqrt{15}}{8}$；

（4）①如图，连接 BD 交 CP 于点 O，过点 D 作 $DE\perp AB$ 于点 E，



$BC=CD, CP$ 平分 $\angle BCD$，$BD=d$，

$\therefore OB=OD=\dfrac{1}{2}BD=\dfrac{d}{2}$，$CP\perp BD$（等腰三角形的三线合一），

设 $BE=y$，则 $AE=20-y$，

$AD^2-AE^2=DE^2=BD^2-BE^2$，

$\therefore 10^2-(20-y)^2=d^2-y^2$，

解得 $y=\dfrac{d^2+300}{40}$，即 $BE=\dfrac{d^2+300}{40}$，

在$\triangle BOP$和 BED中，$\begin{cases}\angle BOP=\angle BED=90^\circ \\ \angle OBP=\angle EBD\end{cases}$，

$\therefore\ BOP\sim\ BED$，

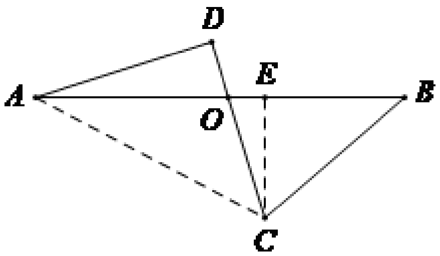
$\therefore\dfrac{BP}{BD}=\dfrac{OB}{BE}$，即 $\dfrac{BP}{d}=\dfrac{\frac{d}{2}}{\frac{d^2+300}{40}}$，

解得 $BP=\dfrac{20d^2}{d^2+300}$；

② 初中阶段没有学习钝角的余弦值，且 $AD\perp CD$，

$\therefore$ 只需考虑 $0^\circ<\alpha<90^\circ$ 的情形，

如图，设 AB 与 CD 交于点 O，过点 C 作 $CE\perp AB$ 于点 E，连接 AC，



$AD=CD=10, AD\perp CD$，

$\therefore AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=10\sqrt{2}$，

设 $BE=a$，则 $AE=20-a$，

$AC^2-AE^2=CE^2=BC^2-BE^2$，

$\therefore(10\sqrt{2})^2-(20-a)^2=10^2-a^2$，

解得 $a=\dfrac{15}{2}$，

$\therefore BE=\dfrac{15}{2}, AE=20-a=\dfrac{25}{2}$，

$\therefore CE=\sqrt{BC^2-BE^2}=\dfrac{5\sqrt{7}}{2}$，

设 $AO=b$，则 $EO=\frac{25}{2}-b$，

在 $\triangle AOD$ 和 COE 中，$\begin{cases}\angle AOD=\angle COE\\ \angle D=\angle OEC=90^{\circ}\end{cases}$，

$\therefore\ AOD\quad COE$，

$\therefore \frac{AO}{CO}=\frac{DO}{EO}=\frac{AD}{CE}$，即 $\frac{b}{CO}=\frac{DO}{\frac{25}{2}-b}=\frac{10}{\frac{5\sqrt{7}}{2}}$，

解得 $CO=\frac{\sqrt{7}b}{4},DO=\frac{50\sqrt{7}-4\sqrt{7}b}{7}$，

$CO+DO=CD=10$，

$\therefore \frac{\sqrt{7}b}{4}+\frac{50\sqrt{7}-4\sqrt{7}b}{7}=10$，

解得 $b=\frac{200-40\sqrt{7}}{9}$，

则 $\cos\alpha=\cos\angle DAO=\frac{AD}{AO}=\frac{10}{\frac{200-40\sqrt{7}}{9}}=\frac{5+\sqrt{7}}{8}$．

【点睛】

本题考查了菱形的判定与性质、等边三角形的判定与性质、相似三角形的判定与性质、勾股定理、解直角三角形等知识点，较难的是题（4），正确画出相应的图形，并通过作辅助线，构造直角三角形和相似三角形是解题关键．