

期末考试冲刺卷二

一、选择题（本大题共 14 个小题，每题 2 分，共 28 分，在每个小题的四个选项中只有一项是符合题目要求的）

1.（2021·湖北汉阳·八年级期中）下列图案中，是轴对称图形的是（ ）



【答案】D

【分析】

轴对称图形的定义：如果一个平面图形沿着一条直线折叠后，直线两旁的部分能够互相重合，那么这个图形叫做轴对称图形，据此逐项判断即可。

【详解】

解：A、不是轴对称图形，不符合题意；

B、不是轴对称图形，不符合题意；

C、不是轴对称图形，不符合题意；

D、是轴对称图形，符合题意；

故选：D。

【点睛】

本题考查轴对称的定义，理解定义，找准对称轴是解答的关键。

2.（2021·湖北青山·八年级期中）下列长度的三条线段能组成三角形的是（ ）

A. 5, 6, 11

B. 4, 4, 9

C. 3, 4, 8

D. 8, 7, 14

【答案】D

【分析】

根据构成三角形的条件，两边之和大于第三边，两边之差小于第三边，逐项分析判断即可。

【详解】

A. $5+6=11$ ， \therefore 5, 6, 11 不能组成三角形，故该选项不符合题意；

B. $4+4=8 < 9$ ， \therefore 4, 4, 9 不能组成三角形，故该选项不符合题意；

C. $3+4=7 < 8$ ， \therefore 3, 4, 8 不能组成三角形，故该选项不符合题意；

D. $8+7=15 > 14$ ， \therefore 8, 7, 14 能组成三角形，故该选项符合题意；

故选 D

【点睛】

本题考查了构成三角形的条件，理解构成三角形的条件是解题的关键。

3. (2021·湖南永定·八年级期中) 分式 $\frac{2}{x-2}$ 有意义，则 x 的取值范围是 ()

- A. $x > 2$ B. $x > -2$ C. $x \neq -2$ D. $x \neq 2$

【答案】D

【分析】

由题意根据分式有意义的条件即分母不为 0 得出 $x-2 \neq 0$ ，再求出即可。

【详解】

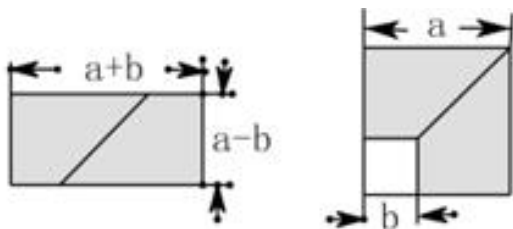
解：由题意可知： $x-2 \neq 0$ ，解得 $x \neq 2$ 。

故选：D。

【点睛】

本题考查分式有意义的条件，注意掌握分式有意义的条件即分母不为 0。

4. (2021·黑龙江·哈尔滨市第四十九中学校八年级期中) 如图分割的正方形，拼接成长方形的方案中，可以验证 ()



- A. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ B. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
C. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ D. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab - b^2$

【答案】A

【分析】

对图形中阴影部分的面积进行计算即可得到相关的等式。

【详解】

解：如图所示，

右边阴影部分面积为： $a^2 - b^2$ ，

左边阴影部分面积为： $(a+b)(a-b)$ ，

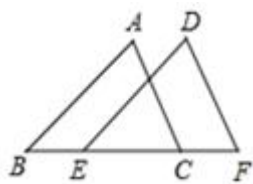
由阴影部分面积相等可得： $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ ，

故选 A.

【点睛】

本题考查了平方差公式的几何背景. 分别表示出图形阴影部分的面积是解题的关键.

5. (2021·湖北江岸·八年级期中) 如图, 点 B 、 E 、 C 、 F 在同一条直线, $\angle A = \angle D$, $BE = CF$, 请补充一个条件, 使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 可以补充的条件是 ()



A. $AB = DE$

B. $AC = DF$

C. $AB \parallel DE$

D. $BC = EF$

【答案】C

【分析】

判断两个三角形全等的方法有: SSS, SAS, ASA, AAS, HL , 根据已有的条件结合补充条件逐一分析每个选项即可得到答案.

【详解】

解: $BE = CF$,

$\therefore BC = EF$,

$\angle A = \angle D$,

补充: $AB = DE$,

两边和其中一边的对角对应相等不能证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 故 A 不符合题意;

$BC = EF, \angle A = \angle D$,

补充: $AC = DF$,

两边和其中一边的对角对应相等不能证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 故 B 不符合题意;

$BC = EF, \angle A = \angle D$,

补充: $AB \parallel DE$,

$\therefore \angle B = \angle DEF$,

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (AAS), 故 C 符合题意;

$BC = EF, \angle A = \angle D$,

补充: $BC=EF$,

不能证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 故 D 不符合题意;

故选 C

【点睛】

本题考查的添加一个条件判定两个三角形全等, 掌握三角形全等的判定方法是解题的关键.

6. (2021·贵州思南·八年级期中) 我国北斗公司在 2020 年发布了一款代表国内卫星导航系统最高水平的芯片, 该芯片的制造工艺达到了 0.000000022 米. 该数用科学记数法表示为 ()

- A. 2.2×10^{-8} B. 22×10^{-9} C. 2.2×10^{-9} D. 2.2×10^{-10}

【答案】A

【分析】

根据绝对值小于 1 的数可以用科学记数法表示, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂, 指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定, 即可求解.

【详解】

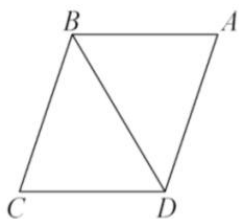
解: 0.000000022 用科学记数法表示为 2.2×10^{-8} .

故选: A

【点睛】

本题考查用科学记数法表示较小的数, 熟练掌握一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定是解题的关键.

7. (2021·山东巨野·八年级期中) 如图所示, $\triangle ABD \cong \triangle CBD$, 下面四个结论中, 不一定成立的是 ().



- A. $\triangle ABD$ 和 $\triangle CDB$ 的面积相等 B. $\triangle ABD$ 和 $\triangle CDB$ 的周长相等
C. $AD + AB = CD + BD$ D. $AD \parallel BC$

【答案】C

【分析】

全等三角形的对应边相等, 对应角相等, 全等三角形是指能够完全重合的两个三角形, 根据以上内容判断即可.

【详解】

解：A、 $\because \triangle ABD \cong \triangle CDB$,

$\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle CDB}$, 故本选项不符合题意;

B、 $\because \triangle ABD \cong \triangle CDB$,

$\therefore AD = BC, DC = AB, BD = BD$,

$\therefore AD + BD + AB = BC + BD + DC$, 即两三角形的周长相等, 故本选项不符合题意;

C、 $\because \triangle ABD \cong \triangle CDB$,

$\therefore AD = BC, DC = AB, BD = BD$,

$\therefore AD + AB = BC + DC$, 该选项不一定成立, 符合题意;

D、 $\because \triangle ABD \cong \triangle CDB$,

$\therefore \angle CBD = \angle ADB$,

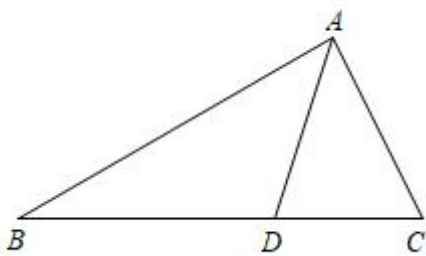
$\therefore AD \parallel BC$, 故本选项不符合题意;

故选：C.

【点睛】

本题考查了对全等三角形的性质的应用, 能根据熟记全等三角形的性质是解此题的关键, 注意: 全等三角形的对应边相等, 对应角相等, 全等三角形是指能够完全重合的两个三角形.

8. (2021·河南·漯河市实验中学八年级期中) 如图, $\triangle ABC$ 中, AD 平分 $\angle BAC$, $AB = 4$, $AC = 2$, 若 $\triangle ACD$ 的面积等于 3, 则 $\triangle ABD$ 的面积为 ()



A. 8

B. 4

C. 6

D. 12

【答案】C

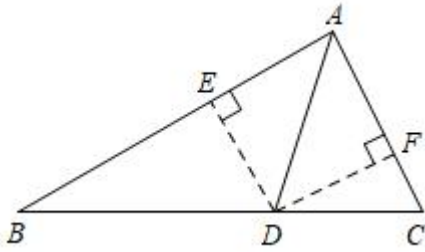
【分析】

过 D 点作 $DE \perp AB$ 于 E , $DF \perp AC$ 于 F , 如图, 利用角平分线的性质得 $DE = DF$, 再根据三角形面积公式, 利用

$S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \cdot DF \cdot AC = 3$ 得到 $DF = DE = 3$ ，然后利用三角形面积公式计算 $S_{\triangle ABD}$ 。

【详解】

解：过 D 点作 $DE \perp AB$ 于 E ， $DF \perp AC$ 于 F ，如图，



$\because AD$ 平分 $\angle BAC$,

$\therefore DE = DF$,

$\because S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \cdot DF \cdot AC = 3$,

$\therefore DF = \frac{2 \cdot 3}{2} = 3$,

$\therefore DE = 3$.

$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \cdot DE \cdot AB = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$.

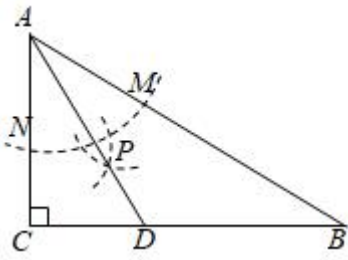
故选：C.

【点睛】

本题考查了角平分线的性质：解题的关键在于熟知性质：角的平分线上的点到角的两边的距离相等。

9. (2021·山东临淄·七年级期中) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，以点 A 为圆心，任意长为半径画弧分别交 AB ， AC 于点 M 和 N ，再分别以点 M ， N 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画弧，两弧交于点 P ，连接 AP 并延长交 BC 于点 D ，则下列说法：

① AD 平分 $\angle BAC$ ；② $\angle ADC = \frac{1}{2} \angle ADB$ ；③ 点 D 在线段 AB 的垂直平分线上；④ $S_{\triangle ACD} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC}$. 其中正确的个数有 ()



- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

【答案】A

【分析】

利用作图方法可以判断①；利用角平分线的定义可以求出 $\angle BAD = \angle CAD = 30^\circ$ ，从而可以求出 $\angle ADC = 60^\circ$ ，即可判断②；根据 $\angle B = \angle BAD$ ，得到 $AD = BD$ ，即可判断③；证明 $\triangle ACD \cong \triangle AED \cong \triangle BED$ ，即可判断④。

【详解】

解：由作图方法可知 AD 是 $\angle BAC$ 的角平分线，

故①正确；

$$\therefore \angle BAD = \angle CAD,$$

$$\because \angle C = 90^\circ, \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAD = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC = 60^\circ, \angle ADB = 180^\circ - \angle ADC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\angle ADC = \frac{1}{2} \angle ADB;$$

故②正确；

$$\because \angle B = \angle BAD = 30^\circ,$$

$$\therefore AD = BD,$$

\therefore 点 D 在 AB 的垂直平分线上，

故③正确；

过点 D 作 $DE \perp AB$ 于 E

$\because AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线， $CD \perp AC$ ， $DE \perp AB$ ，

$$\therefore CD = ED,$$

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 和 $\text{Rt}\triangle AED$ 中

$$\begin{cases} CD = ED \\ AD = AD \end{cases},$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ACD \cong \text{Rt}\triangle AED \text{ (HL)}$$

$$\therefore \angle B = 30^\circ, \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ - \angle B = 60^\circ,$$

$\therefore AD$ 平分 $\angle BAC$,

$$\therefore \angle BAD = \angle CAD = 30^\circ = \angle B,$$

$$\therefore AD = BD$$

在 $\text{Rt}\triangle AED$ 和 $\text{Rt}\triangle BED$ 中

$$\begin{cases} ED = ED \\ AD = BD \end{cases}$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle AED \cong \text{Rt}\triangle BED \text{ (HL)}$$

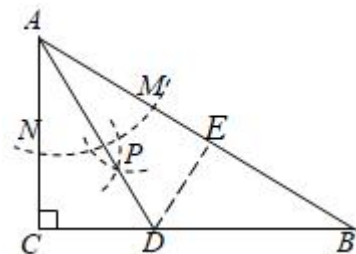
$$\therefore \text{Rt}\triangle ACD \cong \text{Rt}\triangle AED \cong \text{Rt}\triangle BED,$$

$$\therefore S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ADE} = S_{\triangle BED} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC},$$

故④正确,

正确答案为: ①②③④.

故选择 A.



【点睛】

本题主要考查了角平分线的定义和作图, 全等三角形的性质与判定, 等腰三角形的性质与判定, 垂直平分线的判定等等, 解题的关键在于能够熟练掌握相关知识进行求解.

10. (2021·山东·济宁学院附属中学八年级期中) 计算: $\frac{10^{2011} \times 12^2 - 10^{2011} \times 11^2}{2011 \times 1}$ 的值是 ()

A. $\frac{10^{2010} \times 224 \times 223}{2010 \times 2}$

B. $\frac{10^{2010} \times 224 \times 223}{2011 \times 2}$

C. $\frac{10^{2012} \times 224 \times 223}{2012 \times 2}$

D. $\frac{10^{2013} \times 224 \times 223}{2013 \times 2}$

【答案】A

【分析】

利用平方差公式 ($a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$) 进行运算即可得.

【详解】

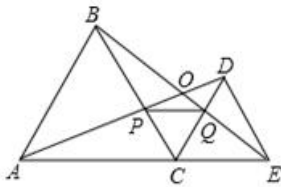
$$\begin{aligned}
 \text{解：原式} &= (\underbrace{111\cdots1}_{2011\text{个}1}12 + \underbrace{111\cdots1}_{2011\text{个}1}) \times (\underbrace{111\cdots1}_{2011\text{个}1}12 - \underbrace{111\cdots1}_{2011\text{个}1}), \\
 &= \underbrace{111\cdots1}_{2010\text{个}2}23 \times \underbrace{1000\cdots0001}_{2010\text{个}0}, \\
 &= \underbrace{111\cdots1}_{2010\text{个}2}23 \times (\underbrace{1000\cdots0000}_{2011\text{个}0} + 1), \\
 &= \underbrace{111\cdots1}_{2010\text{个}2}23 \times \underbrace{1000\cdots0000}_{2011\text{个}0} + \underbrace{111\cdots1}_{2010\text{个}2}23, \\
 &= \underbrace{111\cdots1}_{2010\text{个}2}23 \underbrace{000\cdots0000}_{2011\text{个}0} + \underbrace{111\cdots1}_{2010\text{个}2}23, \\
 &= \underbrace{111\cdots1}_{2010\text{个}2}23 \underbrace{4}_{2010\text{个}2} \underbrace{111\cdots1}_{2010\text{个}2}23.
 \end{aligned}$$

故选：A.

【点睛】

本题考查了利用平方差公式进行运算，熟记平方差公式是解题关键.

11. (2021·广东新丰·八年级期中) 如图，C为线段AE上一动点（不与点A、E重合），在AE同侧分别作正三角形ABC和正三角形CDE，AD与BE交于点O，AD与BC交于点P，BE与CD交于点Q，连接PQ，以下七个结论：① AD=BE；② PQ//AE；③ AP=BQ；④ DE=DP；⑤ ∠AOB=60°；⑥ ΔPCQ是等边三角形；⑦点C在∠AOE的平分线上，其中正确的有（ ）



- A. 3个 B. 4个 C. 5个 D. 6个

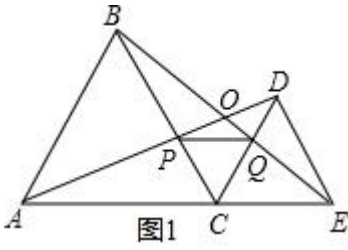
【答案】D

【分析】

由ΔABC和ΔCDE是正三角形，其性质得三边相等，三个角为60°，平角的定义和角的和差得∠ACD=∠BCE，边角边证明ΔACD≌ΔBCE，其性质得结论①正确；由ΔACD≌ΔBCE，可得∠CAP=∠CBQ，可得∠AOB=∠ACB=60°，故⑤正确，角边角证明ΔACP≌ΔBCQ得AP=BQ，其结论③正确；等边三角形的判定得ΔPCQ是等边三角形，结论⑥正确；∠CPQ=∠ACB=60°判定两线PQ//AE，结论②正确；反证法证明命题DE≠DP，结论④错误；利用全等三角形的对应高相等，可证明点C在∠AOE的平分线上，结论⑦正确；即正确结论共6个.

【详解】

解：如图 1 所示：



$\because \triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 是正三角形，

$\therefore AC=BC, DC=EC, \angle ACB=\angle ECD=60^\circ,$

又 $\because \angle ACD=\angle ACB+\angle BCD, \angle BCE=\angle DCE+\angle BCD,$

$\therefore \angle ACD=\angle BCE,$

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCE$ 中，
$$\begin{cases} AC=BC \\ \angle ACD=\angle BCE \\ CD=CE \end{cases},$$

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE$ (SAS)，

$\therefore AD=BE, \therefore$ 结论①正确；

$\because \triangle ACD \cong \triangle BCE, \therefore \angle CAP=\angle CBQ,$

$\angle BPO=\angle APC,$

$\angle AOB=\angle ACB=60^\circ, \therefore$ 故⑤正确，

又 $\because \angle ACB+\angle BCD+\angle DCE=180^\circ, \therefore \angle BCD=60^\circ,$

在 $\triangle ACP$ 和 $\triangle BCQ$ 中，
$$\begin{cases} \angle CAP=\angle CBQ \\ AC=BC \\ \angle ACP=\angle BCQ \end{cases},$$

$\therefore \triangle ACP \cong \triangle BCQ$ (ASA)，

$\therefore AP=BQ, PC=QC, \therefore$ 故③正确，

$\therefore \triangle PCQ$ 是等边三角形，故⑥正确

$\therefore \angle CPQ=\angle CQP=60^\circ,$

$\therefore \angle CPQ=\angle ACB=60^\circ,$

$\therefore PQ \parallel AE, \therefore$ 故②正确，

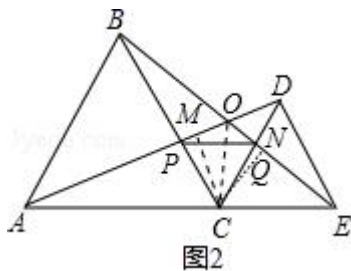
若 $DE=DP,$

$\because DC=DE, \therefore DP=DC, \therefore \angle PCD=\angle DPC,$

又 $\because \angle PCD=60^\circ,$

$\therefore \angle DPC=60^\circ$ 与 $\triangle PCQ$ 是等边三角形相矛盾，假设不成立， \therefore 结论④错误；

过点 C 分别作 $CM \perp AD$ ， $CN \perp BE$ 于点 M 、 N 两点，如图 2 所示：



$\because CM \perp AD$ ， $CN \perp BE$ ， $\angle ACD \cong \angle BCE$ ，

$\therefore CM=CN$ ，

又 $\because OC$ 在 $\angle AOE$ 的内部，

\therefore 点 C 在 $\angle AOE$ 的平分线上，

\therefore 结论⑦正确；

综合所述共有 6 个结论正确。

故选：D。

【点睛】

本题综合考查了全等三角形的判定与性质，等边三角形的判定与性质，三角形的内角和定理，平行线的判定，角平分线性质的逆定理和假设证明命题等相关知识，重点掌握全等三角形的判定与性质，等边三角形的判定与性质，难点是用角平分线性质的逆定理作辅助线证明一点已知角的角平分线上。

12. (2021·山东新泰·八年级期中) 甲、乙两位采购员同去一家饲料公司购买两次饲料. 两次饲料的价格略有变化，两位采购员的购货方式也不同，其中，甲每次用去 800 元，乙每次购买 1000 千克，而不管购买多少饲料. 设两次购买饲料的单价分别为 m 元/千克和 n 元/千克 (m, n 是正数，且 $m \neq n$)，那么甲、乙所购买的饲料的平均单价 ()

- A. 甲所购买的饲料的平均单价低
- B. 乙所购买的饲料的平均单价低
- C. 甲、乙所购买的饲料的平均单价相同
- D. 不能比较

【答案】 A

【分析】

根据题意分别表示出甲、乙所购买的饲料的平均单价，然后作差求解即可判断。

【详解】

解：甲两次购买饲料的平均单价为： $\frac{800 \times 2}{\frac{800}{m} + \frac{800}{n}} = \frac{2mn}{m+n}$ （元/千克），

乙两次购买饲料的平均单价为 $\frac{1000m+1000n}{1000 \cdot 2} = \frac{m+n}{2}$ （元/千克），

甲、乙两种饲料的平均单价的差是： $\frac{m+n}{2} - \frac{2mn}{m+n} = \frac{(m+n)^2}{2(m+n)} - \frac{4mn}{2(m+n)} = \frac{m^2 + 2mn + n^2 - 4mn}{2(m+n)} = \frac{(m-n)^2}{2(m+n)}$ ，

由于 m 、 n 是正数，因为 $m \neq n$ 时， $\frac{(m-n)^2}{2(m+n)}$ 也是正数，

即 $\frac{m+n}{2} - \frac{2mn}{m+n} > 0$ ，

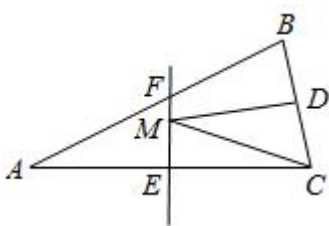
因此甲的购货方式更合算。

故选：A.

【点睛】

此题考查了分式在实际生活中的应用，分式的加减混合运算，解题的关键是根据题意列出分式分别表示出甲、乙所购买的饲料的平均单价。

13. (2021·福建上杭·八年级期中) 如图，在 $\triangle ABC$ 中 $AB=AC$ ， $BC=8$ ，面积是 20， AC 的垂直平分线 EF 分别交 AC 、 AB 边于 E 、 F 点，若点 D 为 BC 边的中点，点 M 为线段上一动点，则 $\triangle CDM$ 周长的最小值为（ ）



- A. 8 B. 9 C. 10 D. 12

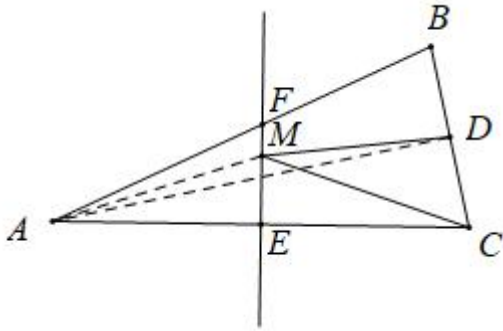
【答案】 B

【分析】

连接 AD ， AM ，首先由 $AB=AC$ ，得到 $\triangle ABC$ 是等腰三角形，然后根据点 D 为 BC 边的中点，得出 $AD \perp BC$ ，根据垂直平分线的性质得出 $AM=CM$ ，然后可判断出 AD 的长度即线段 $CM+DM$ 的最小值，即可求出 $\triangle CDM$ 周长的最小值。

【详解】

解：如图所示，连接 AD ， AM ，



∵ ABC 是等腰三角形，点 D 是 BC 边的中点，

∴ $AD \perp BC$ ，

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AD = \frac{1}{2} \times 8 \times AD = 20，$$

解得： $AD = 5$ ，

∵ EF 是线段 AC 的垂直平分线，

∴ 点 C 关于直线 EF 的对称点为点 A ，

∴ $MA = MC$ ，

∴ $AD \leq AM + MD$ ，

∴ AD 的长为 $CM + MD$ 的最小值，

$$\therefore \triangle CDM \text{ 的周长最短} = AD + \frac{1}{2} BC = 5 + \frac{1}{2} \times 8 = 5 + 4 = 9.$$

故选： B 。

【点睛】

此题考查了等腰三角形三线合一的性质，轴对称最短路径问题，垂直平分线的性质，解题的关键是熟练掌握等腰三角形三线合一的性质和垂直平分线的性质。

14. (2021·广西覃塘·八年级期中) 若关于 x 的分式方程 $\frac{kx}{x^2-4} = \frac{3}{x+2} - \frac{2}{x-2}$ 无解，则 k 的值为 ()

- A. 1 或 -4 或 6 B. 1 或 4 或 -6 C. -4 或 6 D. 4 或 -6

【答案】 A

【分析】

按照解分式方程的步骤，把分式方程化为整式方程，根据整式方程的特点及分式方程的增根情况，即可求得 k 的值。

【详解】

分式方程两边都乘以最简公分母 $(x+2)(x-2)$ ，得： $kx=3(x-2)-2(x+2)$

整理得： $(k-1)x=-10$

当 $k=1$ 时，上述方程无解，从而原分式方程无解；

当 $k \neq 1$ 时，分式方程的增根为 2 或 -2

当 $x=2$ 时，则有 $2(k-1)=-10$ ，解得： $k=-4$ ；

当 $x=-2$ 时，则有 $-2(k-1)=-10$ ，解得： $k=6$

综上所述，当 k 的值为 1 或 -4 或 6 时，分式方程无解；

故选：A.

【点睛】

本题考查了分式方程无解问题，本题很容易漏掉 $k=1$ 的情况，这是由于化为一元一次方程后，一次项的系数不是常数.

二、填空题（本题共 4 个小题；每个小题 3 分，共 12 分，把正确答案填在横线上）

15.（2021·黑龙江五常·八年级期中）已知三角形的两边分别为 2 和 6，则第三边 x 的取值范围为_____.

【答案】 $4 < x < 8$

【分析】

根据三角形的三边关系：任意两边之和大于第三边，两边之差小于第三边，即可得答案.

【详解】

解：根据三角形的三边关系： $6-2 < x < 6+2$,

解得： $4 < x < 8$.

故答案为： $4 < x < 8$.

【点睛】

此题主要考查了三角形的三边关系，题目比较基础，只要掌握三角形的三边关系定理即可.

16.（2021·河南·漯河市实验中学八年级期中）若实数 x 满足 $x^2-2x-1=0$ ，则 $2x^3-2x^2-6x+2020=$
_____.

【答案】2022

【分析】

先根据 $x^2-2x-1=0$ 得到 $x^2-2x=1$ ，再将要求的式子逐步变形，将 $x^2-2x=1$ 整体代入降次，最后可化简求得答案.

【详解】

解：∵ $x^2 - 2x - 1 = 0$ ，

$$\therefore x^2 - 2x = 1，$$

$$\therefore 2x^3 - 2x^2 - 6x + 2020$$

$$= 2x^3 - 4x^2 + 2x^2 - 6x + 2020$$

$$= 2x(x^2 - 2x) + 2x^2 - 6x + 2020$$

$$= 2x + 2x^2 - 6x + 2020$$

$$= 2x^2 - 4x + 2020$$

$$= 2(x^2 - 2x) + 2020$$

$$= 2 + 2020$$

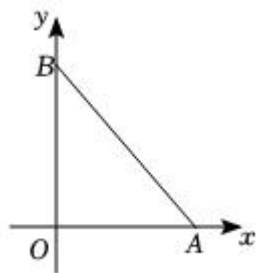
$$= 2022，$$

故答案为：2022.

【点睛】

本题考查了因式分解在代数式化简求值中的应用，将已知条件恰当变形并将要求的式子进行因式分解，是解题的关键.

17. (2021·河北定州·八年级期中) 如图，已知点 A, B 的坐标分别为 $(2,0)$ 和 $(0,3)$ ，在坐标轴上找一点 C ，使 ABC 是等腰三角形，则符合条件的 C 点共有_____个.



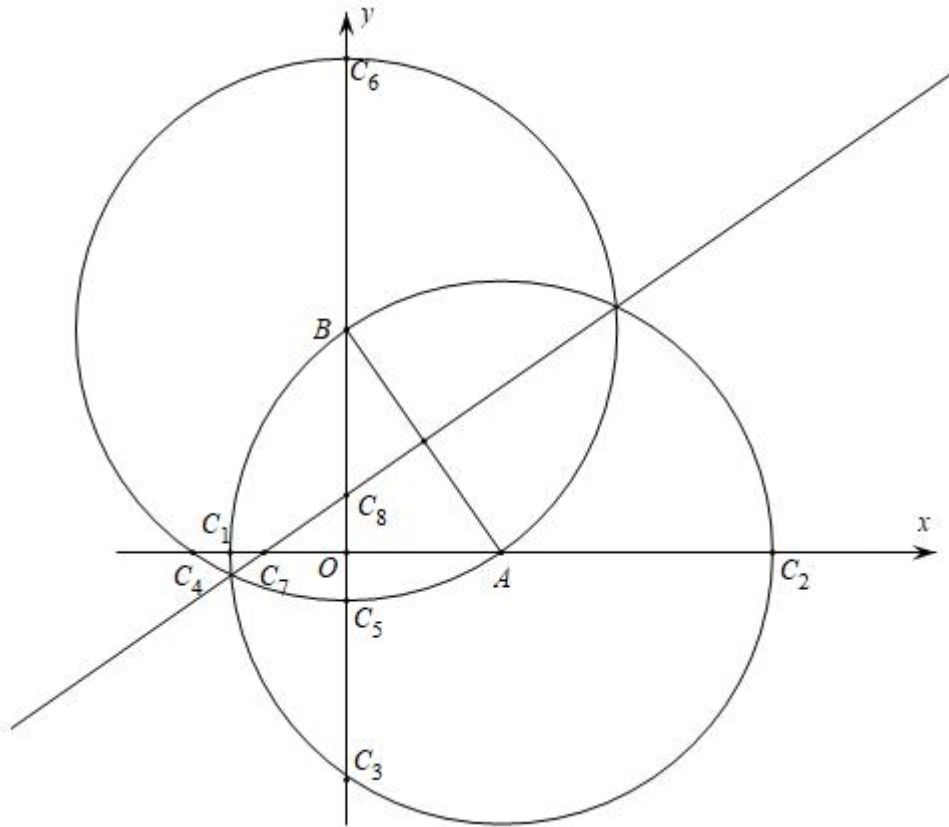
【答案】 8

【分析】

根据等腰三角形的性质，当 $AB = AC$ ， $BA = BC$ ， $CA = CB$ 时，分三种情况讨论分别求解即可.

【详解】

解：如图所示，当 $AB = AC$ 时，以点 A 为圆心， AB 为半径画圆，与坐标轴有三个交点（ B 点除外），



当 $BA = BC$ 时，以点 B 为圆心， AB 为半径画圆，与坐标轴有三个交点（ A 点除外），
 当 $CA = CB$ 时，画 AB 的垂直平分线与坐标轴有两个交点，
 综上所述，符合条件的点 C 的个数有 8 个。

故答案为：8.

【点睛】

此题考查了等腰三角形的性质，垂直平分线的性质的逆定理等知识，解题的关键是熟练掌握根据等腰三角形的性质分类讨论.

18. (2021·湖南新田·八年级期中) 解关于 x 的分式方程 $\frac{2}{x-2} - \frac{mx}{2-x} = 0$ 有增根，则 m 的值是_____.

【答案】 -1

【分析】

由分式方程的最简公分母为 $x-2$ ，且分式方程有增根知增根为 $x=2$ ，将 $x=2$ 代入去分母后所得整式方程，解之可得答案.

【详解】

解：方程两边都乘以 $x-2$ ，得： $2+mx=0$ ，

∴分式方程有增根，

∴分式方程的增根为 $x=2$ ，

将 $x=2$ 代入 $2+mx=0$ ，得： $2+2m=0$ ，

解得 $m=-1$ ，

故答案为： -1 。

【点睛】

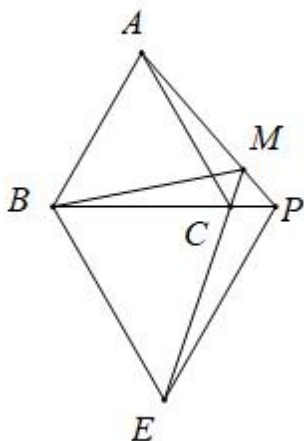
本题考查了分式方程的增根，增根确定后可按如下步骤进行：①化分式方程为整式方程；②把增根代入整式方程即可求得相关字母的值。

三、解答题（本题共 8 道题，19-21 每题 6 分，22-25 每题 8 分，26 题 10 分，满分 60 分）

19.（2021·湖北松滋·八年级期中）如图，已知等边 $\triangle ABC$ 和等边 $\triangle BPE$ ，点 P 在 BC 的延长线上， EC 的延长线交 AP 于 M ，连 BM 。

（1）求证： $\triangle APB \cong \triangle CEB$ ；

（2）求 $\angle PME$ 的度数；



20.（2021·山东临淄·八年级期中）计算：

（1） $\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 \div \left(\frac{b}{a}\right) \cdot \left(-\frac{3b}{4a}\right)^3 \cdot \left(\frac{4a}{3b}\right)^2$

（2）先化简： $\frac{3-a}{2a-4} \div \left(a+2-\frac{5}{a-2}\right)$ ，再从 1，2，3，4 中选择一个合适的数作为 a 的值代入求值。

【答案】（1） $-\frac{3b^2}{16a^2}$ ；（2） $-\frac{1}{2a+6}$ ，当 $a=1$ 时，原式 $=-\frac{1}{2a+6}=-\frac{1}{8}$ ；当 $a=4$ 时，原式 $=-\frac{1}{2a+6}=-\frac{1}{14}$

【分析】

（1）先算分式的乘方，然后根据分式的乘除计算法则进行求解即可；

(2) 先计算括号内的分式，然后计算分式的除法，最后代值计算即可.

【详解】

$$\text{解: (1)} \quad \left(-\frac{b}{2a}\right)^2 \div \left(\frac{b}{a}\right) \cdot \left(-\frac{3b}{4a}\right)^3 \cdot \left(\frac{4a}{3b}\right)^2$$

$$= \frac{b^2}{4a^2} \cdot \frac{a}{b} \cdot \left(-\frac{27b^3}{64a^3}\right) \cdot \frac{16a^2}{9b^2}$$

$$= \frac{b}{4a} \cdot \left(-\frac{3b}{4a}\right)$$

$$= -\frac{3b^2}{16a^2};$$

$$(2) \quad \frac{3-a}{2a-4} \div \left(a+2-\frac{5}{a-2}\right)$$

$$\frac{3-a}{2(a-2)} \div \left(\frac{a^2-4-5}{a-2}\right)$$

$$= \frac{3-a}{2(a-2)} \cdot \frac{a-2}{(a+3)(a-3)}$$

$$= -\frac{1}{2a+6},$$

$$\text{当 } a=1 \text{ 时, 原式} = -\frac{1}{2a+6} = -\frac{1}{8};$$

当 $a=2$ 时, 原分式没有意义;

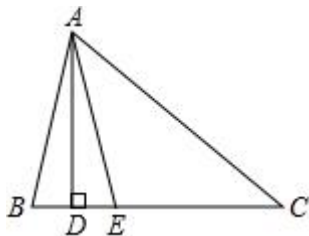
当 $a=3$ 时, 原分式没有意义;

$$\text{当 } a=4 \text{ 时, 原式} = -\frac{1}{2a+6} = -\frac{1}{14}.$$

【点睛】

本题主要考查了分式的乘方和乘除计算, 分式的化简求值, 解题的关键在于能够熟练掌握相关计算法则.

21. (2021·安徽阜阳·八年级期中) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$, AE 平分 $\angle BAC$.



(1) 若 $\angle B = 82^\circ$, $\angle C = 40^\circ$, 求 $\angle DAE$ 的度数;

(2) 证明: $\angle DAE = \frac{1}{2}(\angle B - \angle C)$.

【答案】 (1) 21° (2) 见解析

【分析】

(1) 先根据 $\angle B=82^\circ$, $\angle C=40^\circ$, 求得 $\angle BAC$ 的度数, 再根据 AE 平分 $\angle BAC$, 得到 $\angle BAE$ 的大小. 再根据垂直定义, 在直角 $\triangle ABD$ 中, 可以求得 $\angle BAD$ 的度数, 即可求解 $\angle DAE$ 的大小.

(2) 根据 AE 平分 $\angle BAC$, 得到 $\angle BAE$. 再根据垂直定义, 在直角 $\triangle ABD$ 中, 可以求得 $\angle BAD$, 即可求得 $\angle DAE = \frac{1}{2} (\angle B - \angle C)$.

【详解】

解: (1) $\because AD \perp BC$, $\angle B=82^\circ$,

$$\therefore \angle BAD=8^\circ,$$

$$\because \angle C=40^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC=58^\circ,$$

$\because AE$ 平分 $\angle BAC$,

$$\therefore \angle BAE = \frac{1}{2} \angle BAC = 29^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle BAE - \angle BAD = 29^\circ - 8^\circ = 21^\circ;$$

(2) $\because AD \perp BC$,

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ - \angle B,$$

$\because AE$ 平分 $\angle BAC$,

$$\therefore \angle BAE = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle B - \angle C),$$

$$\therefore \angle DAE = \angle BAE - \angle BAD = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle B - \angle C) - (90^\circ - \angle B) = \frac{1}{2} (\angle B - \angle C).$$

【点睛】

主要考查了三角形内角和定理、角平分线的定义和垂直的定义, 综合利用了直角三角形的性质. 解题时注意: 三角形内角和是 180° .

22. (2021·上海市民办新竹园中学七年级期中) 有些大数值问题可以通过用字母代替数转化成整式问题来解决, 请先阅读下面的解题过程, 再解答后面的问题.

例: 若 $x=123456789 \times 123456786$, $y=123456788 \times 123456787$, 试比较 x , y 的大小.

解: 设 $123456788 = a$, 那么 $x = (a+1)(a-2) = a^2 - a - 2$

$$y = a(a-1) = a^2 - a$$

$$x - y = (a^2 - a - 2) - (a^2 - a) = -2 < 0$$

$$\therefore x < y$$

看完后，你学到了这种方法吗？再亲自试一试吧，你准行！

问题：若 $x = 20072007 \times 20072011 - 20072008 \times 20072010$ ， $y = 20072008 \times 20072012 - 20072009 \times 20072011$ ，试比较 x ， y 的大小。

【答案】 $x = y$

【分析】

根据题意设 $20072007 = a$ ，求出 x ， y 的值，进行比较即可得。

【详解】

解：设 $20072007 = a$ ，

则 $x = a(a + 4) - (a + 1)(a + 3)$

$$= a^2 + 4a - a^2 - 3a - a - 3$$

$$= -3，$$

$$y = (a + 1)(a + 5) - (a + 2)(a + 4)$$

$$= a^2 + 5a + a + 5 - a^2 - 4a - 2a - 8$$

$$= -3，$$

所以 $x = y$ 。

【点睛】

本题考查了整式的运算，解题的关键是理解题意，掌握整式混合的运算法则。

23. (2021·广东南海·八年级期末) 2021年2月1日后，南海区将用1年时间实现“双百目标”，即全区生活垃圾分类示范100%达标创建、生活垃圾八大产生源100%达标创建，我区的生活垃圾分类工作正式进入“提速”模式。某小区准备购买A、B两种分类垃圾桶，通过市场调研得知：A种垃圾桶每组的单价比B种垃圾桶每组的单价少150元，且用8000元购买A种垃圾桶的组数量与用11000元购买B种垃圾桶的组数量相等。

(1) 求A、B两种垃圾桶每组的单价。

(2) 该小区物业计划用不超过18000元的资金购买A、B两种垃圾桶共40组。则最多可以购买B种垃圾桶多少组？



【答案】 (1) A 种垃圾桶每组的单价为 400 元，B 种垃圾桶每组的单价为 550 元；(2) 最多可以购买 B 种垃圾桶 13 组.

【分析】

(1) 设 A 种垃圾桶每组的单价为 x 元，则 B 种垃圾桶每组的单价为 $(x+150)$ 元，利用数量 = 总价 ÷ 单价，结合用 8000 元购买 A 种垃圾桶的组数与用 11000 元购买 B 种垃圾桶的组数相等，即可得出关于 x 的分式方程，解之经检验后即可得出结论；

(2) 设购买 B 种垃圾桶 y 组，则购买 A 种垃圾桶 $(40 - y)$ 组，利用总价 = 单价 × 数量，结合总价不超过 18000 元，即可得出关于 y 的一元一次不等式，解之即可得出 y 的取值范围，再取其中的最大整数即可得出结论.

【详解】

解：(1) 设 A 种垃圾桶每组的单价为 x 元，则 B 种垃圾桶每组的单价为 $(x+150)$ 元，

依题意得：
$$\frac{8000}{x} = \frac{11000}{x+150},$$

解得： $x=400$ ，

经检验， $x=400$ 是原方程的解，且符合题意，

$\therefore x+150=400+150=550$ (元).

答：A 种垃圾桶每组的单价为 400 元，B 种垃圾桶每组的单价为 550 元.

(2) 设购买 B 种垃圾桶 y 组，则购买 A 种垃圾桶 $(40 - y)$ 组，

依题意得： $400(40 - y) + 550y \leq 18000$ ，

解得： $y \leq \frac{40}{3}$ ，

又 $\because y$ 为正整数，

$\therefore y$ 的最大值为 13.

答：最多可以购买 B 种垃圾桶 13 组.

【点睛】

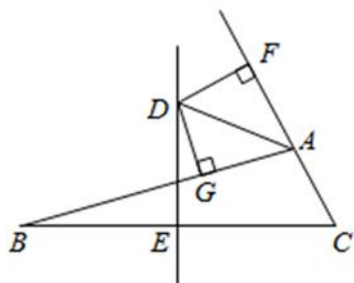
此题考查了分式方程的应用，涉及了一元一次不等式的求解，理解题意找到等量关系列出方程和不等式是解题的关键.

24. (2021·江苏江都·八年级期中) 如图， $\triangle ABC$ 的外角平分线 AD 与边 BC 的垂直平分线交于点 D ， $DF \perp CA$ ，

$DG \perp AB$ ，垂足分别为 F 、 G 。

(1) 求证： $BG = CF$ ；

(2) 若 $AB = 18$ ， $AC = 6$ ，求 AF 的长度。



【答案】(1) 见解析；(2) 6

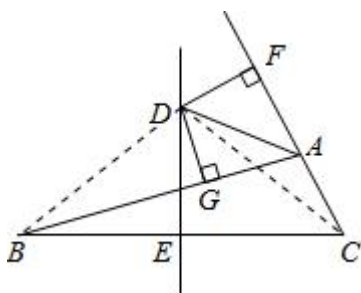
【分析】

(1) 连接 BD ， CD ，根据线段的垂直平分线的性质得出 $BD = CD$ ，根据角平分线的性质得出 $DF = DG$ ，即可利用 HL 判定 $Rt\triangle BDG \cong Rt\triangle CDF$ ，根据全等三角形的性质即可得解；

(2) 利用 HL 证明 $Rt\triangle DGA \cong Rt\triangle DFA$ ，得出 $AG = AF$ ，再根据线段的和差列出式子 $2AF + 6 = 18$ ，即可得解。

【详解】

(1) 证明：连接 BD ， CD ，



$\because DE$ 是 BC 的垂直平分线，

$\therefore BD = CD$ ，

$\because DF \perp AC$ ， $DG \perp AB$ ， AD 平分 $\angle BAF$ ，

$\therefore DF = DG$ ，

在 $Rt\triangle BDG$ 和 $Rt\triangle CDF$ 中，

$$\begin{cases} BD = CD \\ DG = DF \end{cases}$$

$\therefore Rt\triangle BDG \cong Rt\triangle CDF$ (HL)，

$\therefore BG = CF$ ；

(2) 解：由 (1) 得 $DG = DF$ ， $BG = CF$ ， $\angle DGA = \angle DFA = 90^\circ$ ，

在 $Rt\triangle DGA$ 和 $Rt\triangle DFA$ 中,

$$\begin{cases} AD = AD \\ DG = DF \end{cases},$$

$\therefore Rt\triangle DGA \cong Rt\triangle DFA$ (HL),

$\therefore AG = AF$,

$\because BG = CF, AB = 18, AC = 6$,

$\therefore BG = AF + AC = AF + 6, AB = BG + AG = AF + 6 + AF = 2AF + 6 = 18$,

$\therefore AF = 6$.

【点睛】

本题考查了全等三角形的性质、线段垂直平分线的性质及角平分线的性质，熟记全等三角形的性质定理即角平分线的性质定理并作出合理的辅助线是解题的关键。

25. (2021·四川恩阳·八年级期中) 上数学课时，王老师在讲完乘法公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 的多种运用后，要求同学们运用所学知识解答：求代数式 $x^2 + 4x + 5$ 的最小值？同学们经过交流、讨论，最后总结出如下解答方法：

解： $x^2 + 4x + 5 = x^2 + 4x + 4 + 1 = (x + 2)^2 + 1$

$\because (x + 2)^2 \geq 0$,

\therefore 当 $x = -2$ 时， $(x + 2)^2$ 的值最小，最小值是 0，

$\therefore (x + 2)^2 + 1 \geq 1$

\therefore 当 $(x + 2)^2 = 0$ 时， $(x + 2)^2 + 1$ 的值最小，最小值是 1，

$\therefore x^2 + 4x + 5$ 的最小值是 1.

请你根据上述方法，解答下列各题

(1) 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时，代数式 $x^2 - 6x + 12$ 有最小值；最小值是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 若 $y = -x^2 + 2x - 3$ ，请判断 y 有最大还是最小值；这个值是多少？此时 x 等于哪个数？

(3) 若 $-x^2 + 3x + y + 5 = 0$ ，则 $y + x = \underline{\hspace{2cm}}$ (用含 x, y 的代数式表示) 请求出 $y + x$ 的最小值.

【答案】 (1) 3, 3; (2) 有最大值-2, 此时 $x = 1$; (3) $x^2 - 2x - 5$, -6.

【分析】

(1) 配方后即可确定最小值；

(2) 将函数解析式配方后即可确定当 x 取何值时能取到最小值；

(3) 首先得到有关 $x + y$ 的关系式，然后配方确定最小值即可；

【详解】

$$(1) \because x^2 - 6x + 12 = (x - 3)^2 + 3,$$

\therefore 当 $x = 3$ 时, 有最小值 3;

故答案为 3, 3.

$$(2) \because y = -x^2 + 2x - 3 = -(x - 1)^2 - 2,$$

\therefore 当 $x = 1$ 时有最大值 -2;

故 $y = -x^2 + 2x - 3$ 有最大值 -2, 此时 $x = 1$.

$$(3) \because -x^2 + 3x + y + 5 = 0,$$

$$\therefore x + y = x^2 - 2x - 5 = (x - 1)^2 - 6,$$

$$\because (x - 1)^2 \geq 0,$$

$$\therefore (x - 1)^2 - 6 \geq -6,$$

\therefore 当 $x = 1$ 时, $y + x$ 的最小值为 -6.

故答案为: $x^2 - 2x - 5$, $y + x$ 的最小值为 -6.

【点睛】

考查了完全平方公式的应用及非负数的性质, 解题的关键是能够对二次三项式进行配方, 难度不大.

26. (2021·辽宁大石桥·八年级期中)(阅读材料) 小明同学发现这样一个规律: 两个顶角相等的等腰三角形, 如果具有公共的顶角的顶点, 并把它们的底角顶点连接起来则形成一组全等的三角形, 小明把具有这个规律的图形称为“手拉手”图形如图 1, 在“手拉手”图形中, 小明发现若 $\angle BAC = \angle DAE$, $AB = AC$, $AD = AE$, 则 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$.

(材料理解) (1) 在图 1 中证明小明的发现.

(深入探究) (2) 如图 2, $\triangle ABC$ 和 $\triangle AED$ 是等边三角形, 连接 BD , EC 交于点 O , 连接 AO , 下列结论:

① $BD = EC$; ② $\angle BOC = 60^\circ$; ③ $\angle AOE = 60^\circ$, 其中正确的有 _____. (将所有正确的序号填在横线上)

(延伸应用) (3) 如图 3, 在四边形 $ABCD$ 中, $BD = CD$, $AB = BE$, $\angle ABE = \angle BDC = 60^\circ$, 试探究 $\angle A$ 与 $\angle BED$ 的数量关系, 并证明.

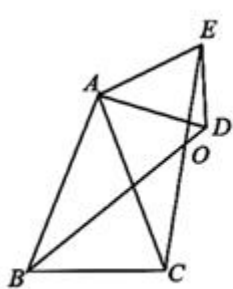


图1

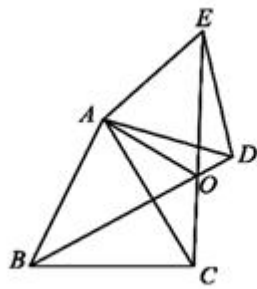


图2

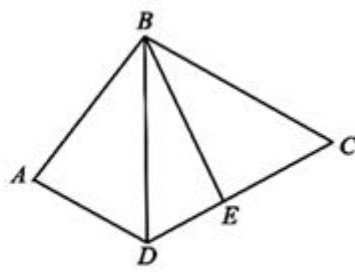


图3

【答案】(1) 见解析；(2) ①②③；(3) $\angle A + \angle BED = 180^\circ$ ，证明见解析

【分析】

(1) 利用等式的性质得出 $\angle BAD = \angle CAE$ ，即可得出结论；

(2) 同(1)的方法判断出 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ ，得出 $BD = CE$ ，再利用对顶角和三角形的内角和定理判断出 $\angle BOC = 60^\circ$ ，再判断出 $\triangle BCF \cong \triangle ACO$ ，得出 $\angle AOC = 120^\circ$ ，进而得出 $\angle AOE = 60^\circ$ ，再判断出 $BF < CF$ ，进而判断出 $\angle OBC > 30^\circ$ ，即可得出结论；

(3) 先判断出 $\triangle BDC$ 是等边三角形，得出 $BD = BC$ ， $\angle DBC = 60^\circ$ ，进而判断出 $\triangle ABD \cong \triangle EBC$ (SAS)，由全等三角形的性质即可得出结论。

【详解】

(1) 证明： $\because \angle BAC = \angle DAE$ ，

$\therefore \angle BAC + \angle CAD = \angle DAE + \angle CAD$ ，

$\therefore \angle BAD = \angle CAE$ ，

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中，

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAD=\angle CAE, \\ AD=AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$ (SAS)；

(2) 解：如图 2， $\because \triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 是等边三角形，

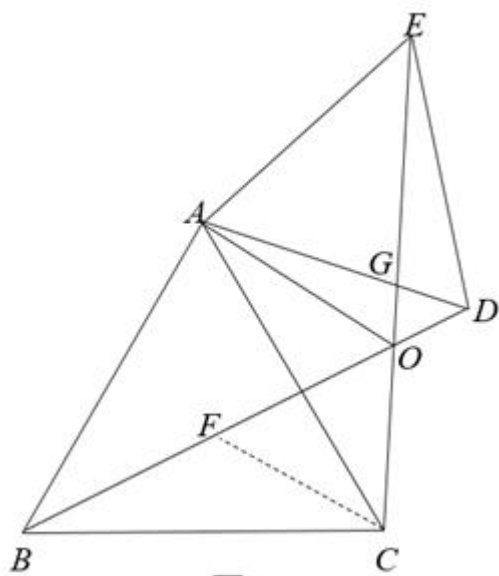


图2

$\therefore AB = AC$ ， $AD = AE$ ， $\angle BAC = \angle DAE = 60^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAD = \angle CAE,$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中,

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAD=\angle CAE, \\ AD=AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore BD=CE, \text{ ①正确, } \angle ADB = \angle AEC,$$

记 AD 与 CE 的交点为 G ,

$$\therefore \angle AGE = \angle DGO,$$

$$\therefore 180^\circ - \angle ADB - \angle DGO = 180^\circ - \angle AEC - \angle AGE,$$

$$\therefore \angle DOE = \angle DAE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = 60^\circ, \text{ ②正确,}$$

在 OB 上取一点 F ,使 $OF=OC$,连接 CF ,

$$\therefore \triangle OCF \text{ 是等边三角形,}$$

$$\therefore CF=OC, \angle OFC = \angle OCF = 60^\circ = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle BCF = \angle ACO,$$

$$\therefore AB=AC,$$

$$\therefore \triangle BCF \cong \triangle ACO \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle AOC = \angle BFC = 180^\circ - \angle OFC = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle AOE = 180^\circ - \angle AOC = 60^\circ, \text{ ③正确,}$$

连接 AF ,要使 $OC=OE$,则有 $OC = \frac{1}{2} CE$,

$$\therefore BD=CE,$$

$$\therefore CF=OF = \frac{1}{2} BD,$$

$$\therefore OF=BF+OD,$$

$$\therefore BF < CF,$$

$$\therefore \angle OBC > \angle BCF,$$

$$\therefore \angle OBC + \angle BCF = \angle OFC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle OBC > 30^\circ, \text{ 而没办法判断 } \angle OBC \text{ 大于 } 30^\circ \text{ 度,}$$

所以, ④不一定正确,

即：正确的有①②③，

故答案为①②③；

(3) $\angle A + \angle BED = 180^\circ$.

如图 3，

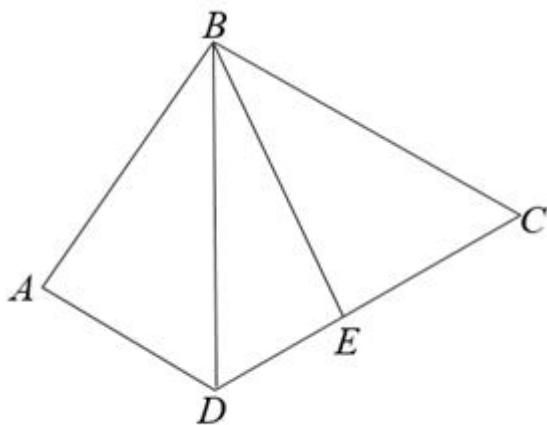


图3

证明： $\because \angle BDC = 60^\circ, BD = CD,$

$\therefore \triangle BDC$ 是等边三角形，

$\therefore BD = BC, \angle DBC = 60^\circ,$

$\because \angle ABC = 60^\circ = \angle DBC,$

$\therefore \angle ABD = \angle CBE,$

$\because AB = BE,$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle EBC$ (SAS),

$\therefore \angle BEC = \angle A,$

$\because \angle BED + \angle BEC = 180^\circ,$

$\therefore \angle A + \angle BED = 180^\circ.$

【点睛】

此题是三角形综合题，主要考查了等腰三角形的性质，等边三角形的性质，全等三角形的判定和性质，构造等边三角形是解本题的关键。

